|  |
| --- |
|  |
| Schule |
|  |
| Klasse |
|  |
| Tischnummer |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Station„Bedingt – Sport – Gesundheit“Teil 2Arbeitsheft

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| Teilnehmercode |

 |

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Wie wahrscheinlich ist ein Sieg einer Mannschaft nach einem Rückstand? Bedingt ein höherer Ballbesitz den Sieg einer Mannschaft?

Mit diesen Fragen beschäftigen sich nicht nur Sportfans, sondern auch Forschungsteams, die Sportereignisse untersuchen. Ihr seid Teil eines solchen Teams, das sich darüber hinaus auch mit Gesundheitsfragen im Sportkontext auseinandersetzt. Ein Versicherungsunternehmen hat euch angefragt, um eine Empfehlung für ihre Tarife bei der Unfallversicherung zu erhalten.

Nur gemeinsam könnt ihr das Versicherungsunternehmen angemessen beraten und die Sportereignisse untersuchen. Los geht’s!

Hinweis: In dieser Station werden reale Daten verwendet. Die Zahlen beruhen also auf echten Untersuchungen.

Wichtig: Bearbeitet bitte alle Aufgaben der Reihe nach!



|  |  |
| --- | --- |
|  | Zu dieser Aufgabe gibt es Hilfen im Hilfeheft. |
|  | Diskutiert hier eure wichtigsten Ergebnisse und fasst sie zusammen. |
|  | Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video. |
|  | Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch. |

Wir wünschen Euch viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Das Mathematik-Labor-Team

Euer Team hat folgende Nachricht bekommen:

„Liebes Beratungsteam,

wir benötigen eure Hilfe. Wir haben ein neues Konzept für unsere Unfallversicherung entwickelt. Unsere Idee ist, die Versicherungsbeiträge abhängig von der Freizeitbeschäftigung der Versicherten zu gestalten. Wir hoffen, dass unsere Versicherung somit gerechter und interessanter für unsere Kunden wird.

In einer Testphase wollen wir das nun exemplarisch für Beinbrüche untersuchen.

Bitte prüft dazu beispielhaft folgende Frage:

**Sollen die aktiven Mitglieder in einem Fußballverein bzw. Schwimmverein andere Beiträge zahlen als durchschnittliche Versicherungsnehmende?**

Bitte beachtet, dass mit aktiven Mitgliedern keine Fans gemeint sind, sondern nur diejenigen, die aktiv Fußball spielen bzw. schwimmen.“

Der Rest eures Teams hat euch zur Analyse bereits folgende Daten herausgesucht:

Daten und Fakten

Einwohner Deutschlands: 84.394.286

Aktive Mitglieder im Fußballverein: 2.208.769

Aktive Mitglieder im Schwimmverein: 711.762

Ergebnisse einer Studie

* In den vergangenen drei Jahren wurden insgesamt 118.152 Beinbrüche in Deutschland festgestellt.
* Dabei wurden 43.716 Personen registriert, die sich ihr Bein brachen und aktiv Fußball spielen.
* Daneben wurden 996 Personen registriert, die sich ihr Bein brachen und regelmäßig schwimmen.
	1. Diskutiert erste Vermutungen, wie die Beiträge für a) Fußballvereinsmitglieder und b) Schwimmvereinsmitglieder im Vergleich zur Gesamtbevölkerung („Durchschnittsbürger“) angepasst werden sollten. Begründet eure Vermutungen schriftlich.

|  |
| --- |
|  |

* 1. Berechnet die für 1.1 relevanten Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Informationskästen auf Seite 2. Rundet dabei auf fünf Nachkommastellen. Nutzt die Bezeichner V: Verletzung (Beinbruch), F: Fußballvereinsmitglied und S: Schwimmvereinsmitglied.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

* 1. Öffnet **Simulation 1**, um den Sachverhalt für die Fußballvereinsmitglieder näher zu analysieren. Bearbeitet die dort gestellte Aufgabe. Lasst die Simulation für die weiteren Aufgaben unbedingt geöffnet. Das freie Feld ist für mögliche Notizen gedacht.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

* 1. Überprüft eure Ergebnisse aus 1.3 mithilfe der Schaltfläche in **Simulation 1**, sofern nicht bereits geschehen. Bearbeitet die Aufgabe in der Simulation erneut, falls eure Ergebnisse von der Lösung abweichen. Nutzt in diesem Fall die in 1.3 bereitgestellten Hilfen.
	2. Öffnet **Simulation 2**, um den Sachverhalt für die Schwimmvereinsmitglieder näher zu analysieren. Bearbeitet die dort gestellte Aufgabe. Lasst die Simulation für die weiteren Aufgaben unbedingt geöffnet. Das freie Feld ist für mögliche Notizen gedacht.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |



* 1. Überprüft eure Ergebnisse aus 1.5 mithilfe der Schaltfläche in **Simulation 2**, sofern nicht bereits geschehen. Bearbeitet die Aufgabe in der Simulation erneut, falls eure Ergebnisse von der Lösung abweichen. Nutzt in diesem Fall die in 1.5 bereitgestellten Hilfen.

1.7 Vergleicht die Struktur der Baumdiagramme der beiden Sportarten. Welche Besonderheit fällt auf? Diskutiert, ob eure Beobachtung inhaltlich zu den Vermutungen aus Aufgabe 1.1 passt.

|  |
| --- |
|  |

1.8 Vergleicht die Beinbruchwahrscheinlichkeiten für die Gesamtbevölkerung, die Fußballvereinsmitglieder und die Schwimmvereinsmitglieder. Interpretiert eure Beobachtungen und notiert sie zunächst in Worten und anschließend mathematisch.

|  |
| --- |
| Mathematische Formulierung:P(V) $ $ P(V|$ $)P(V) $ $ P(V|$ $) |

1.9 Prüft systematisch, ob sich neben dem Baumdiagramm auch in der Vierfeldertafel der Schwimmvereinsmitglieder eine Besonderheit äußert. Formuliert diese Eigenschaft mathematisch. Gibt es die gleiche Eigenschaft in der Vierfeldertafel der Fußallvereinsmitglieder?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1.10 Beweist mathematisch, dass die Eigenschaften bezüglich der Schwimmvereinsmitglieder aus 1.8 und 1.9 äquivalent (d.h. gleichbedeutend) sind.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1.11 Diskutiert auf der Grundlage der zuvor erarbeiteten mathematischen Inhalte, ob und wie die Versicherung ihre Tarife anpassen sollte. Notiert eure Entscheidung begründet.

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
| GruppenergebnisDas, was Ihr aus den Daten herausgefunden habt, formuliert man so: Die Mitgliedschaft in einem Schwimmverein und ein Beinbruch sind stochastisch unabhängig voneinander.Gebt hier zunächst die Definition der stochastischen Unabhängigkeit in Worten an. Ergänzt diese um die beiden formalen Definitionen, die ihr in 1.8 und 1.9 erarbeitet habt. Nutzt hierfür die allgemeinen Ereignisse $A$ und $B$. |
|  |



Stochastische (Un)-Abhängigkeit existiert nicht nur bei Sportverletzungen, sondern bei beliebigen Ereignissen. Hier findet ihr eine mathematisch korrekte **Definition der stochastischen Unabhängigkeit**:

Zwei Ereignisse $A$ und $B$ heißen stochastisch unabhängig, wenn das Eintreten des einen Ereignisses das Eintreten des anderen Ereignisses nicht beeinflusst.

Somit gilt: $P\left(B\right)=P(A)$

Alternative Definition:

Zwei Ereignisse $A$ und $B$ sind stochastisch unabhängig, falls

$P\left(A∩B\right)=P\left(A\right)∙P(B)$ gilt.

Ansonsten heißen die Ereignisse $A$ und $B$ stochastisch abhängig.

Bedingtes Ereignis

Bedingendes Ereignis

2.1 In der folgenden Tabelle sind verschiedene Ereignisse aufgeführt. Diskutiert, bei welchen Ereignissen ihr vermutet, dass sie stochastisch unabhängig sind und kreuzt diese an.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Bedingtes Ereignis**  | **Bedingendes Ereignis**  |
|  | Sieg der Mannschaft | Heimspiel der Mannschaft |
|  | Sieg der Mannschaft | Höherer Ballbesitz  |
|  | Ehrung mit goldenem Sportabzeichen | Wettkampfanmeldung an ungeradem Wochentag |
|  | > 85 gehaltene Bälle des Torhüters in einer Bundeliga-Saison | > 30 Gegentore des Torhüters in einer Bundesliga-Saison |
|  | Rückstand während des Spiels | Spiel gewonnen |

Vermutlich gab es in eurer Gruppe verschiedene Meinungen darüber, welche Ereignisse aus 2.1 stochastisch unabhängig sind. Um eine korrekte Aussage treffen zu können, werden Daten benötigt. Diese Daten wurden für eure Analysen bereits in **Material 1** strukturiert.

|  |  |
| --- | --- |
| Material 1* Baumdiagramme

(Sieg-Heimspiel, Sportabzeichen-Wochentag)* Vierfeldertafeln

(Sieg-Ballbesitz,gehaltene Bälle-Gegentore)* Information Rückstand-Sieg
 |  |

|  |
| --- |
| **Info: Verwendung realer Daten** Beachtet, dass die verwendeten Wahrscheinlichkeiten jeweils auf Daten beruhenden Schätzungen darstellen. Es kommt daher zu statistischen Abweichungen bezüglich der exakten Wahrscheinlichkeiten. |

 2.2 Bestimmt mithilfe von **Material 1**, bei welchen Ereignissen aus 2.1 tatsächlich stochastische Unabhängigkeit vorliegt und kreuzt dann erneut an, welche Ereignisse stochastisch unabhängig sind. Beachtet dabei, dass reale Daten verwendet wurden. Das freie Feld ist für mögliche Notizen gedacht.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Bedingtes Ereignis** | **Bedingendes Ereignis** |
|  | Sieg der Mannschaft | Heimspiel der Mannschaft |
|  | Sieg der Mannschaft | Höherer Ballbesitz  |
|  | Ehrung mit goldenem Sportabzeichen  | Wettkampfanmeldung an ungeradem Wochentag |
|  | > 85 gehaltene Bälle des Torhüters in einer Bundeliga-Saison | > 30 Gegentore des Torhüters in einer Bundesliga-Saison |
|  | Rückstand während des Spiels | Spiel gewonnen |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

2.3 Berechnet die Wahrscheinlichkeit für „Rückstand während des Spiels“ unter der Bedingung „Spiel gewonnen“.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

2.4 Kreuzt (wenn möglich) in der folgenden Gegenüberstellung an, welches der Ereignisse in einer Zeile zeitlich zuerst stattfindet.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| □ | Sieg der Mannschaft | □ | Ansetzung eines Heimspiels für die Mannschaft |
|  |
| □ | Sieg der Mannschaft | □ | Höherer Ballbesitz  |
|  |
| □ | Ehrung mit goldenem Sportabzeichen | □ | Wettkampfanmeldung an ungeradem Wochentag |
|  |
| □ | > 85 gehaltene Bälle des Torhüters in einer Bundeliga-Saison | □ | > 30 Gegentore des Torhüters in einer Bundesliga-Saison |
|  |
| □ | Rückstand während des Spiels  | □ | Spiel gewonnen  |

2.5 Vergleicht die Ergebnisse aus den Aufgaben 2.2 bis 2.4. Muss das bedingende Ereignis zeitlich vor dem bedingten Ereignis stattfinden?

|  |
| --- |
|  |



|  |
| --- |
| Gruppenergebnis Fasst hier eure Ergebnisse aus Aufgabe 2 zusammen. Geht dabei auf den Zusammenhang zwischen zeitlicher Abfolge und stochastischer Unabhängigkeit ein.  |
|  |

In Aufgabe 2 habt ihr das Ereignis „Rückstand“ unter der Bedingung „Sieg“ untersucht. Als Fußballfan interessiert man sich natürlich dafür, ob die eigene Mannschaft nach einem Rückstand noch gewinnen kann.

Bei der WM 2014 führte die deutsche Nationalmannschaft im Halbfinale bereits nach 11 Minuten mit 1:0 gegen Brasilien.

Ein brasilianischer Fan argumentiert:

Ich weiß, dass P(“Rückstand“|“Sieg“)=14,72% ist.

Dann muss die Wahrscheinlichkeit, dass unsere Mannschaft gewinnt, unter der Bedingung, dass sie im Laufe des Spiels zurücklag, auch bei 14,72% liegen.

3.1 Nehmt Stellung zu der Aussage. Stimmt ihr dem Fußballfan zu?

|  |
| --- |
|  |

Aus Aufgabe 2 habt ihr folgende Daten:

|  |
| --- |
| P("Rückstand während des Spiels“) $≈$ 0,5556 P("Spiel gewonnen") $≈ $0,3774P("Rückstand während des Spiels $∩$ Spiel gewonnen") $≈ $0,0556 P("Rückstand während des Spiels" | "Spiel gewonnen") $≈ $0,1472 |

3.2 Berechnet die Wahrscheinlichkeit für „Spiel gewonnen“ unter der Bedingung „Rückstand während des Spiels“.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

3.3 Vergleicht das Ergebnis aus Aufgabe 3.2 mit der Aussage des Fans. Formuliert eure Feststellung mathematisch.

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
| GruppenergebnisFasst hier die Eigenschaft der Bedingten Wahrscheinlichkeit zusammen, die ihr in Aufgabe 3 entdeckt habt. Formuliert die Eigenschaft mit allgemeinen Ereignissen A und B.  |
|  |



In der Mathematik gibt es verschiedene Sprechweisen bei der Stochastischen Unabhängigkeit. Zwei Mathematikerinnen diskutieren über die bessere Sprechweise:



A ist von B unabhängig

A und B sind stochastisch unabhängig



Z1 Betrachtet zuerst die linke Sprechblase und notiert jeweils das bedingende und das bedingte Ereignis.

|  |
| --- |
|  |

Z2 Betrachtet nun die rechte Sprechblase. Was kann hier über das bedingende und das bedingte Ereignis gesagt werden?

|  |
| --- |
|  |

Z3 Beweist, dass B von A stochastisch unabhängig ist, wenn A von B stochastisch unabhängig ist.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Z4 Diskutiert, welche der beiden Sprechweisen ihr für sinnvoller haltet. Überlegt euch dazu, welche Fehlvorstellung durch eine der beiden Sprechweisen entstehen könnte. Haltet eure Argumente schriftlich fest.

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
| GruppenergebnisFasst hier begründet zusammen, welche Sprechweise die passendere ist. |
|  |



Vor euch hat bereits eine andere Gruppe die stochastische Unabhängigkeit von verschiedenen Ereignissen untersucht. Dabei kam es zu folgender Diskussion:

Wie kann es denn sein, dass die Ereignisse „gehaltene Bälle des eigenen Torhüters“ und „Gegentore“ sich begünstigen? Wenn es überhaupt einen kausalen Zusammenhang gäbe, müssten doch mehr gehaltene Bälle zu weniger Gegentoren führen.



Vielleicht müssen Ereignisse, die stochastisch abhängig sind, im Alltag nicht kausal abhängig sein.



|  |
| --- |
| **Info zum Begriff Kausalität:**Zwischen zwei Ereignissen existiert ein kausaler Zusammenhang, falls zwischen ihnen eine Ursache-Wirkungs-Beziehung besteht. Das heißt, dass ein Ereignis unmittelbar Einfluss auf ein anderes Ereignis nimmt.  |

Z5 Erklärt, weshalb zwischen den beiden Ereignissen kein direkter kausaler Zusammenhang (Ursache-Wirkungs-Zusammenhang) besteht.

|  |
| --- |
|  |

Z6 Begründet, weshalb es dennoch nicht überraschend ist, dass sich die beiden Ereignisse begünstigen.

|  |
| --- |
|  |



|  |
| --- |
| GruppenergebnisFasst hier zusammen, inwiefern die kausale Abhängigkeit für die stochastische Abhängigkeit notwendig ist.  |
|  |

Mathematik-Labor „Mathe-ist-mehr“
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)

Institut für Mathematik
RPTU Kaiserslautern-Landau
Fortstraße 7

76829 Landau

www.mathe-labor.de

Zusammengestellt von:

Noah Buchmann, Lara Marie Drexler, Martin Keil

Betreut von:

Dr. Christian Fahse

Variante A

Veröffentlicht am:

03.10.2023