



Station
„Figurierte Zahlen“
Teil 1

Arbeitsheft

--	--	--	--	--	--	--	--

Teilnehmercode

--

Schule

--

Klasse

--

Tischnummer



Station „Figurierte Zahlen“

Einführung

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Schon die alten Griechen haben Zahlen mit Hilfe von Zählsteinen dargestellt. Die Steinchen wurden zu unterschiedlichen Figuren zusammengelegt. Dadurch haben die Griechen wichtige Eigenschaften von Zahlen untersucht und aufzeigen können. Auch noch viele Jahrhunderte später wurden mit Hilfe von Figuren und regelmäßigen Mustern mathematische Aussagen bewiesen.

Wichtig: Bearbeitet bitte alle Aufgaben der Reihe nach!



Zu dieser Aufgabe gibt es Hilfen im Hilfeheft.



Diskutiert hier eure wichtigsten Ergebnisse und fasst sie zusammen.



Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video.



Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch.



Wir wünschen Euch viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Das Mathematik-Labor-Team

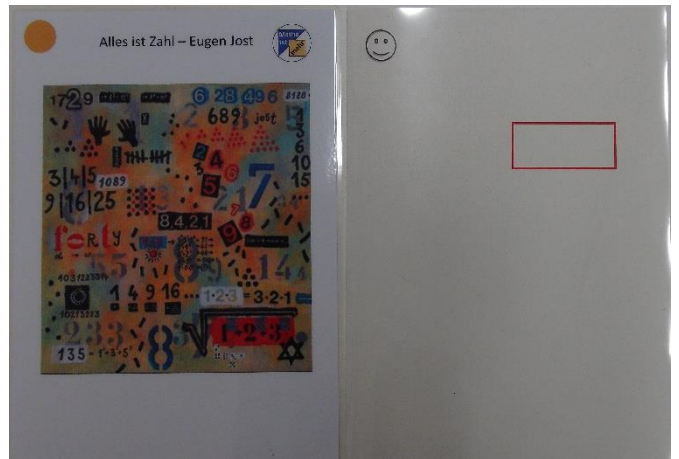


Station „Figurierte Zahlen“

Einführung

Material

- Bild „Der Zahlenteufel“



Schaut euch das Bild aus dem Roman „Der Zahlenteufel“ an. Ihr findet es auf der laminierten Karte auf eurem Tisch.

Legt die Folie mit dem roten Kasten so auf das Bild, dass ein gelber Smiley in der linken oberen Ecke entsteht.

Welches Muster verwendet der Zahlenteufel?

Wie könnte man die Zahlen nennen, die durch die Kokosnussfiguren dargestellt sind?

Schreibt eure Antworten in das Kästchen.

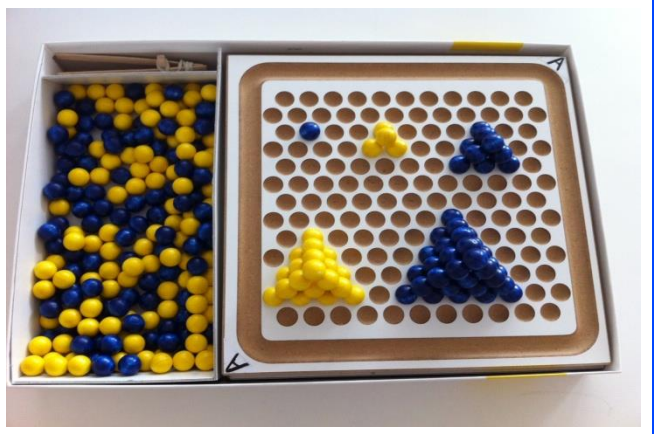


Station „Figurierte Zahlen“

Aufgabe 1: Dreieckszahlen

Material

- 2 Legebretter (mit je zwei unterschiedlichen Seiten)
- Holzkugeln in zwei Farben
- zwei Holzpinzetten (zum Greifen der Holzkugeln)



- 1.1 Legt die Dreiecksmuster aus dem Bild auf den Legebrettern (**Seite A**) aus, die ihr im roten Ausschnitt erkennen könnt. Verwendet beide Legebretter nebeneinander. Die obere Spitze des Dreiecks soll immer in der ersten Zeile liegen. Legt die neu hinzukommende Zeile in der jeweils anderen Farbe. (Ihr erhaltet gestreifte Dreiecke.)

Könnt ihr das vorangegangene Dreieck in seinem Nachfolger erkennen?

- 1.2 Zeichnet die gelegten Figuren ab. Ergänzt bis zur 4. Figur. **Beachtet dabei, dass die erste Figur nur aus einer Kugel besteht!** Notiert die Anzahl der verwendeten Kugeln unter jede Figur. Verwendet dazu **Simulation 1**.

○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○



Station „Figurierte Zahlen“

Aufgabe 1: Dreieckszahlen

Die Zahlen, die ihr in Aufgabe 1.2 unter die Figuren geschrieben habt, nennt man **Dreieckszahlen**.

Für Dreieckszahlen kann man Abkürzungen verwenden: Die erste Dreieckszahl wird mit D_1 bezeichnet, die zweite mit D_2 usw.

1.3 Beschreibt, wie man die Dreieckszahl D_4 mit Hilfe von D_3 berechnen kann.

$D_4 = \underline{\hspace{10em}}$

1.4 Vervollständigt die Tabelle.

Abkürzung	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
Dreieckszahl	1	3	6	10			
Veränderung							

1.5 Bestimmt nun die zehnte Dreieckszahl D_{10} . Wie lässt sie sich berechnen? Notiert eure Vorgehensweise.

$D_{10} = \underline{\hspace{10em}}$





Station „Figurierte Zahlen“

Aufgabe 1: Dreieckszahlen

Die Berechnung einer Dreieckszahl aus den vorhergehenden Dreieckszahlen kann sehr aufwendig sein. Besonders dann, wenn man die vorherige Dreieckszahl noch gar nicht kennt!

Hilfreich und praktisch wäre es, wenn man eine Rechenvorschrift hätte, mit der man jede beliebige Dreieckszahl direkt berechnen könnte. Solche allgemeinen Rechenvorschriften nennt man in der Mathematik *Terme*.

Eure Aufgabe wird es nun sein, einen Term zur Berechnung einer beliebigen Dreieckszahl herzuleiten.

Als Vorbereitung dafür ist es nützlich, die Dreieckszahlen in Form von rechtwinkligen Dreiecken darzustellen. Hier wird nur die Anordnung der Kugeln geändert, die Anzahl der Kugeln bleibt gleich. Dies könnt ihr euch mithilfe von **Simulation 2** verdeutlichen.

Mit Hilfe der Veranschaulichung durch rechtwinklige Dreiecke sollt ihr versuchen, einen Term zur direkten Berechnung von Dreieckszahlen aufzustellen.

1.6 Schaut euch **Simulation 3** an. Wie lässt sich eine Dreieckszahl direkt bestimmen? Beschreibt eure Vorgehensweise und notiert anschließend einen Term zur Berechnung der Dreieckszahl D_5 .

$$D_5 = \underline{\hspace{10em}}$$

Eine beliebige Dreieckszahl bezeichnet man häufig mit D_n , wobei n für eine beliebige natürliche Zahl steht; n ist also eine Variable.

Zur Bestimmung einer beliebigen Dreieckszahl D_n kann man wie in **Simulation 3** vorgehen: Man „schiebt“ zwei rechtwinklige Dreiecke, die D_n darstellen, zu einem Rechteck zusammen. Überprüft die Vorgehensweise anhand von **Simulation 4**.





Station „Figurierte Zahlen“

Aufgabe 1: Dreieckszahlen

- 1.7 Stellt mit Hilfe der Seitenlängen des Rechtecks aus **Simulation 4** einen Term zur Berechnung von D_n auf. **Zählt nicht alle Punkte nach, sondern verwendet die vorgegebenen Variablen!**



Anzahl der Punkte am unteren Rand _____
 Anzahl der Punkte am rechten Rand _____

$D_n =$ _____

Man kann aber auch anders vorgehen, um Dreieckszahlen zu bestimmen. Schaut euch dazu die **Simulationen 5 und 6** an.



- 1.8 Tragt unter jeder Abbildung den passenden Term zur Berechnung von D_n ein.



<p>a) (Simulation 4) n</p> <p style="text-align: center;">$D_n = \frac{\quad}{2}$</p>	<p>b) (Simulation 5) $n+1$</p> <p style="text-align: center;">$D_n = \frac{\quad}{2}$</p>	<p>c) (Simulation 6) n</p> <p style="text-align: center;">$D_n = \frac{\quad}{2}$</p>
---	---	---

Setzt man in jeden der drei Terme aus der vorherigen Aufgabe für n eine natürliche Zahl ein, kann man die entsprechende Dreieckszahl D_n berechnen. Da die Terme bei jeder Einsetzung denselben Wert liefern, nennt man sie *äquivalent*.



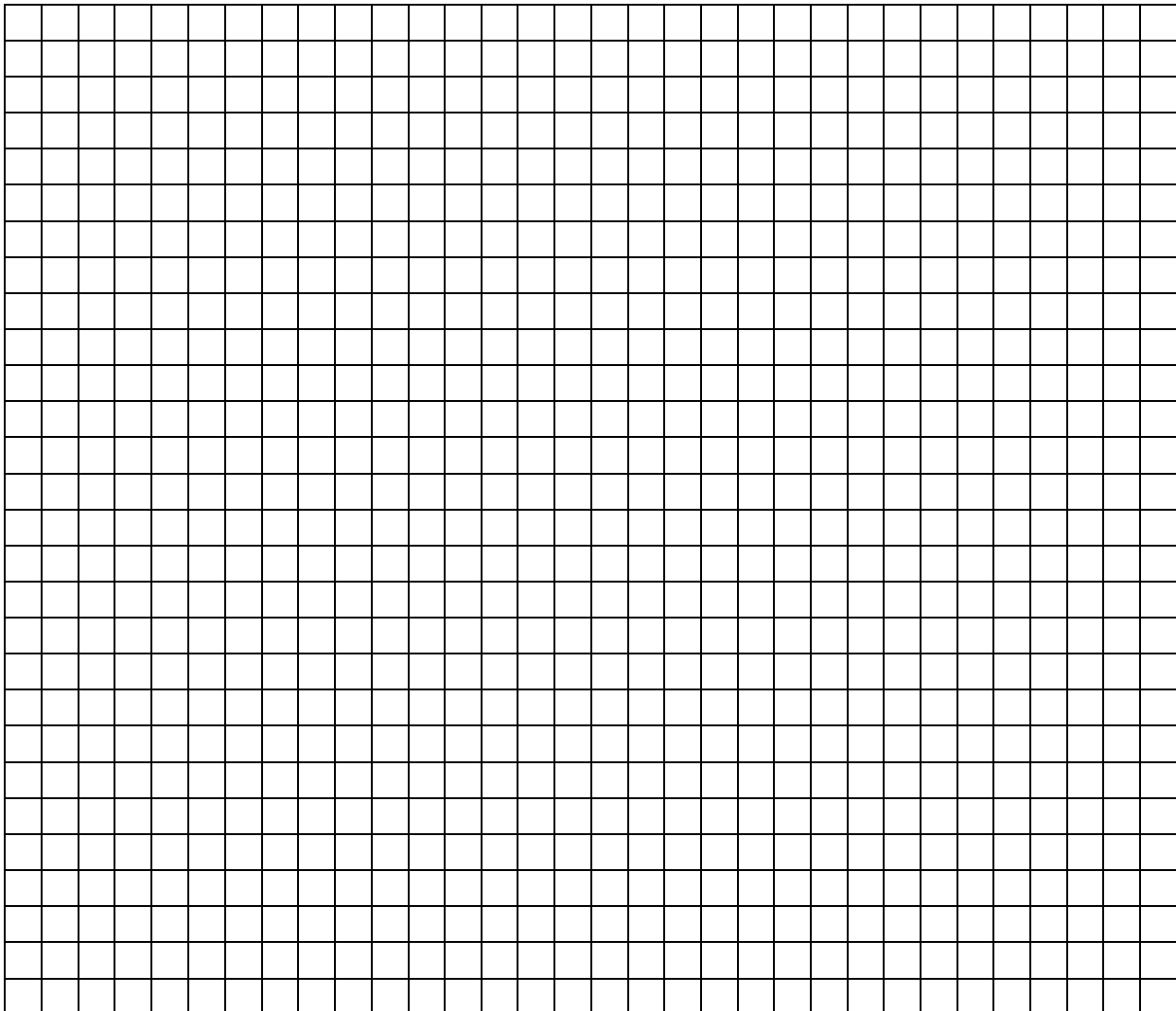
Station „Figurierte Zahlen“

Aufgabe 1: Dreieckszahlen

Um nachzuweisen, dass zwei Terme tatsächlich äquivalent sind, kann man z. B. so vorgehen:

Man zeigt, dass einer der Terme so umgeformt werden kann, dass er mit dem anderen Term schließlich übereinstimmt. Oder man vereinfacht beide Terme so weit, bis sie dieselbe Form aufweisen.

- 1.9 Vergleicht nun die beiden Terme a) und c) in Aufgabe 1.8. Könnt ihr mit Hilfe von Termumformungen zeigen, dass sie gleichwertig sind?





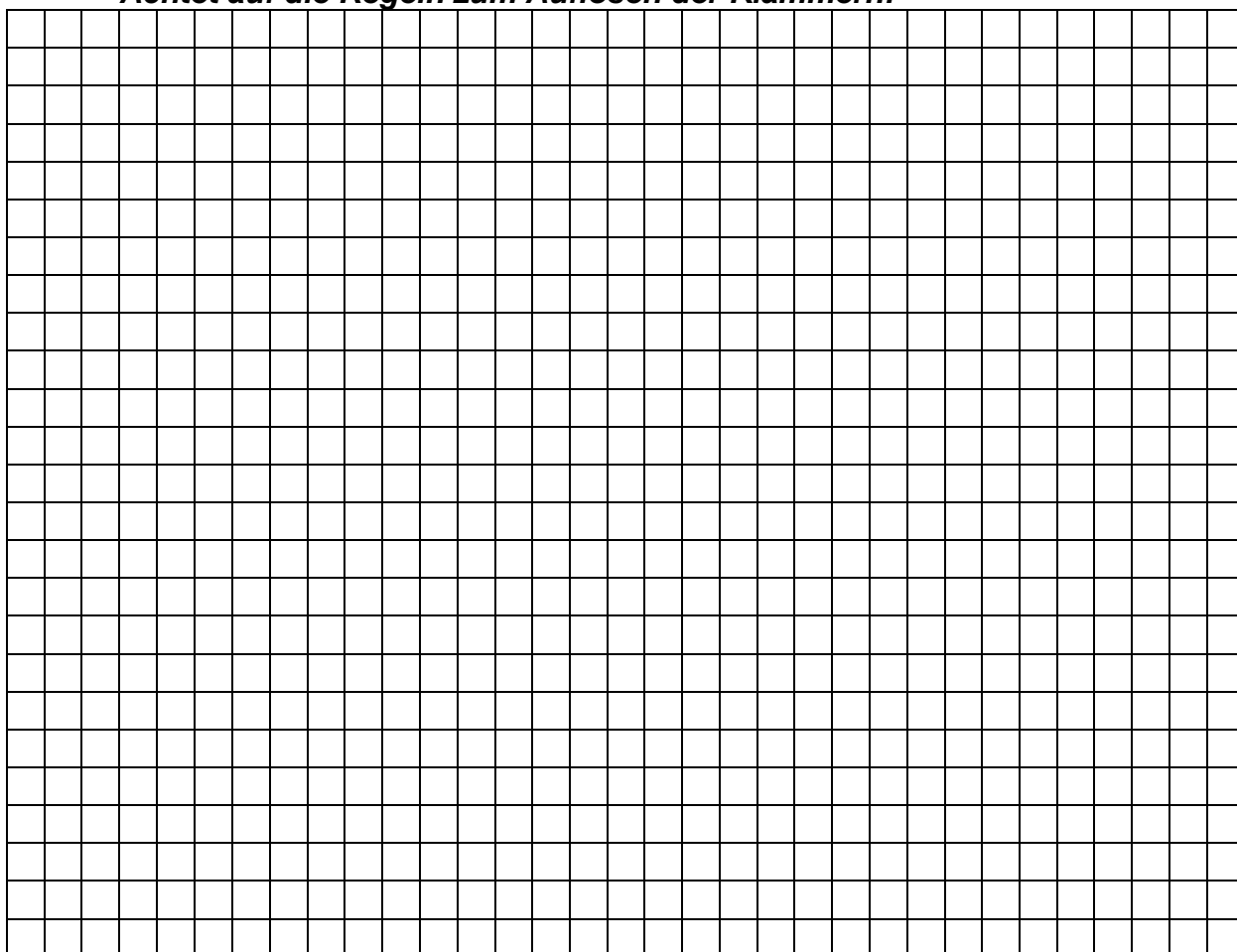
Station „Figurierte Zahlen“

Aufgabe 1: Dreieckszahlen



- 1.10 Der Term aus 1.8 b) kann durch Umformungen vereinfacht werden. Vereinfacht die Terme zuerst in Einzelarbeit und diskutiert anschließend die Schritte in eurer Gruppe.

Achtet auf die Regeln zum Auflösen der Klammern!



- 1.11 Gibt es noch weitere Figuren, die sich für die Darstellung von Zahlen eignen? Tauscht euch in eurer Gruppe aus und notiert eure Ergebnisse und haltet eure Ideen und Vorschläge hier fest:

Mathematik-Labor „Mathe-ist-mehr“
RPTU Kaiserslautern-Landau
Institut für Mathematik
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7
76829 Landau

<https://mathe-labor.de>

Erstellt von:
Monika Elisabeth Feise, Jana Seemann, Isabelle Thewes, Dominik Weber

Betreut von:
Rolf Oechsler

Variante A

Veröffentlicht am:
11.07.2017