



Station
„Kreislauf des
Lebens: Räuber und
Beute im
Wechselspiel“

Hilfeheft



Mathematik-Labor
"Mathe ist mehr"

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Dies ist das Hilfeheft zur Station Kreislauf des Lebens: Räuber und Beute im Wechselspiel. Ihr könnt es nutzen, wenn ihr bei einer Aufgabe Schwierigkeiten habt.

Falls es mehrere Hinweise zu einer Aufgabe gibt, dann könnt ihr dies am Pfeil ➡ erkennen. Benutzt bitte immer nur so viele Hilfestellungen, wie ihr benötigt, um selbst weiterzukommen.

Viel Erfolg!

Das Mathematik-Labor-Team



Inhaltsverzeichnis

Hilfe zu	Seite
<u>Aufgabenteil 1.1.....</u>	<u>5</u>
<u>Aufgabenteil 1.3.....</u>	<u>7</u>
<u>Aufgabenteil 1.4.....</u>	<u>13</u>
<u>Aufgabenteil 1.5.....</u>	<u>19</u>
<u>Aufgabenteil 2.1.....</u>	<u>25</u>
<u>Aufgabenteil 2.2.....</u>	<u>29</u>
<u>Aufgabenteil 2.3.....</u>	<u>33</u>
<u>Aufgabenteil 2.6.....</u>	<u>37</u>
<u>Aufgabenteil 2.9.....</u>	<u>39</u>
<u>Aufgabenteil 2.10.....</u>	<u>41</u>
<u>Aufgabenteil 2.11.....</u>	<u>41</u>
<u>Aufgabenteil 2.12.....</u>	<u>45</u>
<u>Aufgabenteil 2.13.....</u>	<u>51</u>
<u>Aufgabenteil 3.3.....</u>	<u>57</u>



Aufgabenteil 1.1

Auf dieser Seite findet ihr einige Fragen, die euch zu weiteren Stichworten führen könnten:

Wie nennt man es, wenn ein Tier aktiv ein anderes Tier verfolgt, um es zu fangen und zu fressen?"

Wie könnte man den Prozess bezeichnen, bei dem ein Tier Räuber aber auch Beute ist?

Die Abfolge von 'Wer frisst wen' bezeichnet man auch als?

Was ist das oberste Ziel für alle Tiere in der Wildnis?

Warum überleben manche Tiere besser als andere in ihrer Umgebung?

Wie nennt man die Gesamtheit der Tiere einer bestimmten Art in einem Gebiet?

Wie könnten Tiere reagieren, wenn sich ihre Umwelt verändert? Hier gibt es verschiedene Möglichkeiten.

Wie nennt man das Zusammenspiel aller Tiere, Pflanzen und ihrer Umwelt in einem bestimmten Gebiet?

Wie nennt man den Wettstreit zwischen Tieren?

Wie nennt man das Gebiet, das ein Tier beansprucht und verteidigt, um darin zu leben und Nahrung zu finden?

Wie könnte man es bezeichnen, wenn eine Tierpopulation in einem Gebiet größer wird? Und wie nennt man es, wenn die Zahl der Tiere abnimmt? Was kann es dafür für Gründe geben?



Aufgabenteil 1.3

Die Beeinflussung hängt mit den Populationen zusammen. Was passiert, wenn die Population der Räuber/Beute...?





Die Beeinflussung hängt mit den Populationen zusammen. Was passiert, wenn die Population der Räuber/Beute zunimmt/abnimmt?

Wenn die Beutepopulation zunimmt: Die Räuber haben mehr Nahrung zur Verfügung, was dazu führt, dass...

Wenn die Räuberpopulation zunimmt: Die Beutepopulation nimmt ab, da ...

Wenn die Beutepopulation abnimmt: Die Räuber haben weniger Nahrung, was dazu führt, dass...

Wenn die Räuberpopulation abnimmt: Die Beutepopulation kann sich erholen, da ...

Die nächste Hilfe ist für eure Skizze





Zeichnet zunächst die Kurve der Beutetiere in einer Farbe eurer Wahl. Markiert die Zeitpunkte, an denen die Anzahl ansteigt und wieder abnimmt. Wie könnte man die *zeitversetzte* Reaktion der Räuber in einer zweiten Kurve darstellen?



Aufgabenteil 1.4

Betrachtet die Kurvenform. Was fällt euch auf, wenn ihr die Wellenform und den zeitlichen Verlauf in Verbindung setzt?

Welche Kurve erreicht ihr Maximum zuerst? Was könnte das für die Beziehung zwischen Räubern und Beute bedeuten?





Achtet darauf, dass die beiden Kurven nicht synchron verlaufen, sondern zeitlich versetzt sind. Warum könnte die Beutepopulation ihr Maximum vor der Räuberpopulation erreichen? Was passiert mit den Räubern, wenn es weniger Beutetiere gibt?





Die Beutepopulation zeigt zuerst einen Anstieg, bevor die Räuberpopulation folgt. Durch den Anstieg der Räuber werden mehr Beutetiere erlegt, was zu einem Rückgang der Beutepopulation führt. Wenn die Anzahl der Beutetiere zurückgeht, wird es für die Räuber schwieriger, genug Nahrung zu finden. Dies führt zu einem Rückgang der Räuberpopulation. Sobald die Räuberpopulation sinkt, haben die verbleibenden Beutetiere weniger Feinde, was zu einem erneuten Anstieg ihrer Population führt.

Beschriftet die Kurven mit „Beutepopulation“ und „Räuberpopulation“. Markiert die Maxima und Minima der Kurven mit Pfeilen und verwendet unterschiedliche Farben, um die Phasenverschiebung zu verdeutlichen



Aufgabenteil 1.5

Schaut euch den Verlauf der Kurven bei den realen Daten genau an. Wie unterscheiden sich die Schwankungen der Kurven von denen im Aufgabe 1.4? Sind die Wellenformen in den realen Daten genauso gleichmäßig wie in 1.4?





Achtet auf die Höhe (Amplitude) der Schwankungen. Sind diese immer gleich, oder gibt es größere Unterschiede in den realen Daten? Ist die zeitliche Verschiebung zwischen den Maxima und Minima regelmäßig? Ist jede Phase der Räuber/Beute Verschiebung wie die Vorherige?





Bei den realen Daten sind die Abstände zwischen den Maxima und Minima unterschiedlich. Dadurch entstehen weder perfekte Wellen noch konstante Verschiebungen der Phasen. Betrachtet hierfür besonders die Zeit um 1855 gegenüber der Zeitspanne von 1915 bis 1935. In den Jahren 1885 und 1895 ist ebenfalls gut ersichtlich, dass die Phasenverschiebung zwischen Räuber und Beute nicht perfekt konstant abläuft.



Aufgabenteil 2.1

Biologisch: Die Formel beschreibt die Zunahme/Abnahme von Dies liegt an ...





Mathematisch: Die 2 Gleichungen, welche die 2 Graphen beschreiben, müssen miteinander ...

Dies bedeutet sie sind abhängig von ...



Aufgabenteil 2.2

ΔT steht für die Differenz oder die Veränderung der Zeit. Wie würdet ihr im Beispiel diese Zeit berechnen. Formuliert dies anschließend im Allgemeinen für T





Um eine allgemeine Formel aufzustellen, benötigt ihr 2 Zeitpunkte. Diese sind jedoch (da es sich um eine allgemeine Formel handeln soll) nicht fest. Deswegen nutzen wir die Indizes n und $n+1$.

Welchen Index muss nun der Januar als früherer Zeitpunkt in unserem Beispiel haben?

T_n oder T_{n+1} ?



Aufgabenteil 2.3

Nutzt die Hilfen von Aufgabe 2.2. Ersetzt dort die Variable T durch die entsprechenden Variablen von Aufgabe 2.3. Auf der nächsten Seite findet ihr die Lösung





$$\Delta B = B_{n+1} - B_n$$

$$\Delta R = R_{n+1} - R_n$$



Aufgabenteil 2.6

Änderung der Beute pro Zeit bedeutet, dass wir uns die Differenz der Beute anschauen. Während diese Veränderung der Beutepopulation stattfindet, kommt es ebenfalls zu einer Veränderung der Zeit. Somit darf im Zähler ausschließlich die Differenz der Beutepopulation vorkommen und im Nenner darf ausschließlich die Differenz der Zeit vorkommen.

Analoges Vorgehen für die Änderung der Räuberpopulation pro Zeit.



Aufgabenteil 2.9

N steht für die Nachwuchseffizienz. Diese Variable zeigt, wie erfolgreich die Räuber Nachwuchs zeugen können. Sie ist abhängig von der Verfügbarkeit von Beute **B**, um den Nachwuchs zu versorgen, aber auch von der Anzahl der Räuber **R** die miteinander Nachwuchs zeugen können.

S steht für die Sterberate. Sie beschreibt, wie schnell die Räuber **R** sterben, unabhängig von der Beuteverfügbarkeit, aber abhängig von der Anzahl der Räuber. Denn mehr Räuber bedeuten auch mehr Todesfälle unter diesen.

W steht für die Wachstumsrate der Beutepopulation **B** und zeigt, wie schnell diese wächst. Mehr Beutetiere bedeuten mehr Chancen zur Paarung und damit zu einer erhöhten Wachstumsrate.

F steht für die Fangrate der Räuber und ist sowohl von der Anzahl der Räuber **R** abhängig als auch der Verfügbarkeit der Beute **B**. Eine höhere Räuber- und Beuteanzahl führen zu vermehrtem Aufeinandertreffen der Beiden und damit steigt auch die Anzahl der gefangenen Beutetiere.



Aufgabenteil 2.10 / 2.11

Lest noch einmal den Text auf Seite 39





Die Formel zur Änderung der Beutepopulation

lautet: $\frac{\Delta B}{\Delta T} = WB - FBR$

Die Formel zur Änderung der Räuberpopulation

lautet: $\frac{\Delta R}{\Delta T} = NRB - SR$



Aufgabenteil 2.12

Um die gesuchte diskrete Form zu erhalten, müsst ihr die Formeln nach B_{n+1} und R_{n+1} umstellen.





Es wird ersichtlich das eine rekursive Berechnung stattfindet, da B_{n+1} und R_{n+1} errechnet wird indem...

Um den ersten Schritt zu berechnen, muss ...

Dieser Prozess kann wiederholt werden indem...





Es wird ersichtlich das eine rekursive Berechnung stattfindet, da B_{n+1} und R_{n+1} errechnet wird, indem man den vorherigen Wert für n einsetzt.

Um den ersten Schritt zu berechnen, muss mein $n = 0$ sein. Nur damit kann ich Schritt 1 ($n+1$) berechnen

Dieser Prozess kann wiederholt werden, indem der berechnete Wert von $n+1$ in meinem nächsten Schritt zu meinem n wird.



Aufgabenteil 2.13

Die Forscher beginnen im Januar. Somit ist dies $n=0$. Da monatliche Messungen erfolgen ist die Differenz unserer Schritte 1 Monat (Februar $\rightarrow n+1$, März $\rightarrow n+2$, ...)





Die Daten die entnommen werden können sind:

- 183 Tiere
- 66 Tiere
- 0,08
- 0,0007
- 0,0002
- 0,042

Ordnet diese den passenden Variablen zu





B_n → n = 0, 183 Tiere

R_n → n = 0, 66 Tiere

W → 0,08

F → 0,0007

N → 0,0002

S → 0,042



Aufgabenteil 3.3

Schaut in euren Karteikarten, ob ihr dort mögliche Ursachen findet, die zu einer Änderung der Parameter führen könnten.

Bedenkt außerdem, dass die Natur sich im Gegensatz zu dem Modell nicht an Voraussetzungen hält (siehe Aufgabe 1.6).





Welche Bedingungen würden die Beutetiere/Räubertiere gefährden und ihre Anzahl verringern oder aber fördern und damit ihre Anzahl steigern?

Fallen euch biotische oder abiotische Faktoren ein die nicht nur die Populationen direkt, sondern auch deren Jagd- und Vermehrungsstrategien beeinträchtigen/fördern?





Welchen Einfluss/Welche Einflüsse können Wetter, Krankheit, alternative Nahrungsquellen und Nahrungsmangel, Konkurrenz sowie Immigration/Emigration durch bspw. Wanderverhalten haben?

Dies ist nur eine Auswahl an Möglichkeiten, die sich auf einen oder gar mehrere Parameter auswirken. Vielleicht fallen euch noch weitere ein.

Mathematik-Labor „Mathe ist mehr“
RPTU Kaiserslautern-Landau
Institut für Mathematik
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7
76829 Landau

<https://mathe-labor.de>

Zusammengestellt von:
Lars Heppes

Betreut von:
Henrik Ossadnik

Variante A

Veröffentlicht am:
04.11.2024