



Station
„Landauer Kerwe“
Teil 3

Arbeitsheft

--	--	--	--	--	--	--	--

Teilnehmercode

Schule

Klasse

Tischnummer



Mathematik-Labor
"Mathe ist mehr"



Mathematik-Labor

Landauer Kerwe

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Nachdem Ihr euch in den ersten beiden Teilen dieser Station um die Vorbereitungen der *Landauer Kerwe* gekümmert habt, ist es nun endlich soweit und das Fest wird eröffnet. Im Rahmen dieses dritten Teils der Station lernt Ihr unter anderem vier Jugendliche kennen, die Ihr Glück an einem Glücksspielstand versuchen. Gemeinsam mit euch erforschen sie die mathematischen Sachverhalte des Stands.

Wichtig: Bearbeitet bitte alle Aufgaben der Reihe nach!



Zu dieser Aufgabe gibt es Hilfen im Hilfeheft.



Diskutiert hier eure wichtigsten Ergebnisse und fasst sie zusammen.



Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video.



Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch.



Wir wünschen Euch viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Das Mathematik-Labor-Team



Landauer Kerwe

Aufgabe 1: Wiederholung

Als Vorbereitung für diese Station bearbeitet bitte noch folgende Wiederholungsaufgabe zu den Inhalten aus Teil 2.
Die Aufgabe findet ihr unter **Learningapp 1**.





Landauer Kerwe

Aufgabe 2: Glücksspiel kann süchtig machen

Am Eröffnungstag der Kerwe seid Ihr natürlich vor Ort und schaut euch alle Attraktionen an. Dabei fällt euch der Glücksspielstand auf, von dem euch Robin bereits erzählt hat. Robin hat damals mit einem Ersteinsatz von 20€ gespielt. Der Betreiber hat ihm das Angebot unterbreitet, dass er bei einem Gewinn 40% seines Ersteinsatzes erhält. Ihr wurdet zusätzlich von ihm vorgewarnt, dass ihr bei einer Niederlage auch 40% verlieren könntet. Robin hatte Glück und konnte in der ersten Runde direkt einen Sieg einfahren. Er hat damit 8€ gewonnen und musste dann die zweite Runde mit einem Einsatz von 28€ starten, also dem Ersteinsatz plus den Gewinn.

$$(E_1 = E_0 + G_0 = 20€ + 20€ \cdot 0,40 = 28€)$$

Heute hat der Betreiber des Standes scheinbar ein anderes Angebot, denn ihr hört ihn schon von Weitem rufen: „**Bis zu einem Ersteinsatz von 5€ erhaltet ihr 60% Gewinn, bei einem Ersteinsatz bis zu 10€ sind es 50%! Aber denkt daran, man kann nicht immer gewinnen! Solltet Ihr verlieren, bekomme ich 60% bzw. 50% des Einsatzes!**“

Bemerkung: Wichtig bei diesem Spiel ist, dass der Gewinn / Verlust nicht ausgezahlt, sondern mit dem Einsatz verrechnet wird. Zur einfacheren Modellierung werden in den folgenden Aufgaben nur die Situationen „Gewinne in Folge“ und „Verluste in Folge“ betrachtet.

Vor dem Stand belauscht ihr folgende Aussagen:

Spieler 1: „Wenn ich 10€ setze und zwei Mal in Folge gewinne, dann habe ich mein Kerwegeld verdoppelt, weil $2 \cdot 50\% = 100\%$.“

Spieler 2: „10€ Einsatz sind mir zu riskant. Aber wenn ich mit 5€ Einsatz zehn Mal in Folge gewinne, dann habe ich danach 30€.“

Spieler 3: „Puuh, Leute, das ist ganz schön heikel! Ich habe nur 10€, wenn ich direkt zwei Mal in Folge verliere, habe ich gar kein Geld mehr übrig.“



Landauer Kerwe

Aufgabe 2: Glücksspiel kann süchtig machen

- 2.1 Diskutiert in eurer Gruppe kritisch über die jeweiligen Aussagen der Jugendlichen. Haltet eure wichtigsten Gedanken kurz schriftlich fest.

Die Diskussion hat auch die Neugier der vier Jugendlichen Alex, Kim, Sascha und Charlie geweckt und sie entschließen sich, den Stand selbst auszuprobieren. Zwei von ihnen, **Alex und Kim**, spielen mit **jeweils 5€ Einsatz**, die anderen beiden, **Sascha und Charlie**, sogar mit **10€ Einsatz**.

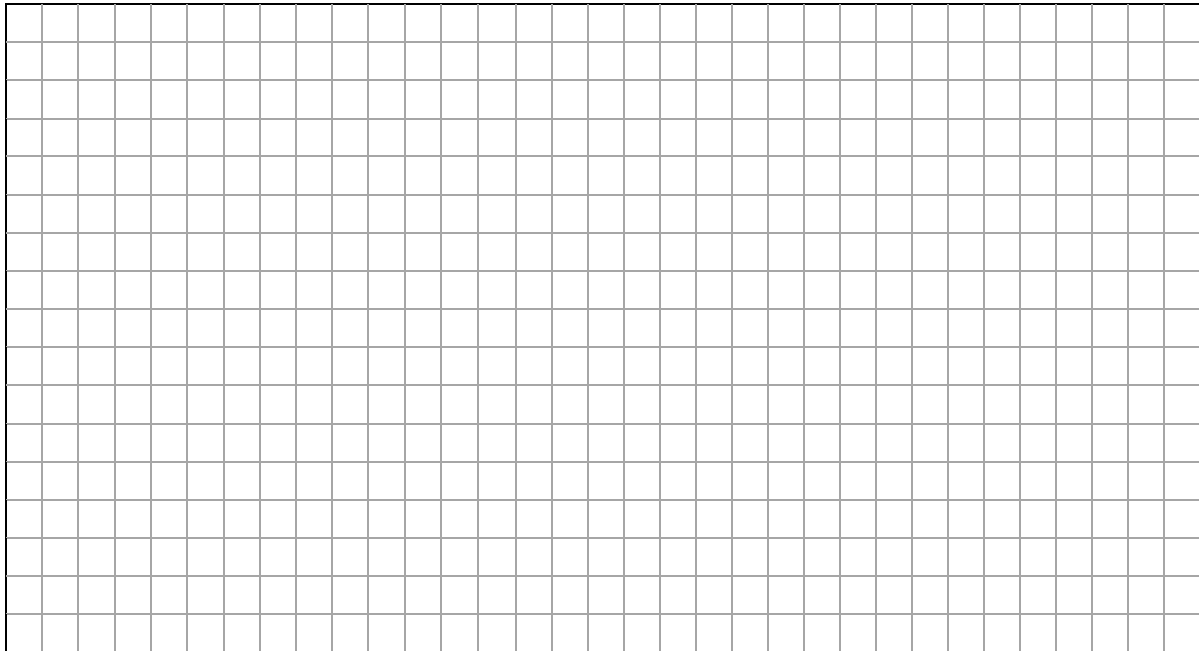
- **Alex** hat sehr viel Pech und verliert direkt die ersten vier Spiele und beschließt dann aufzuhören.
 - Bei **Kim** läuft es um einiges besser. Sie gewinnt gleich die ersten sechs Spiele und beendet danach ihre Glückssträhne.
 - **Sascha** hat sich scheinbar einiges bei Kim abgeschaut und gewinnt die ersten drei Spiele und hört dann auf zu spielen.
 - **Charlie** will es wirklich wissen, doch nach dem sechsten Misserfolg in Folge beschließt er, dass er es heute mit dem Spielen lieber lassen sollte.
- 2.2 Berechnet für jede Person, wie viel Geld sie nach dem Spielen in ihrem Besitz hat. Notiert euren Rechenweg und gebt euer Ergebnis auf zwei Nachkommastellen gerundet an.





Landauer Kerwe

Aufgabe 2: Glücksspiel kann süchtig machen



Sascha hadert mit sich: „Hätte ich doch nur mein Glück ausgenutzt und noch drei Mal gespielt. Stellt euch nur mal vor, wie viel Geld ich nun hätte, wenn ich die drei zusätzlichen Spiele auch noch gewonnen hätte!“

Charlie ärgert sich über sich selbst: „Hätte ich doch nur direkt nach dem ersten oder zweiten Spiel aufgehört! Dann hätte ich nicht so viel Geld verloren...“

2.3 Berechnet nun, mit wie viel Geld die beiden den Stand verlassen hätten. Rundet dabei wieder auf zwei Nachkommastellen und schreibt eure Ergebnisse in die zugehörige Wertetabelle an die passende Stelle.



Anzahl Gewinne in Folge	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Guthaben											

Anzahl Niederlagen in Folge	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Guthaben											



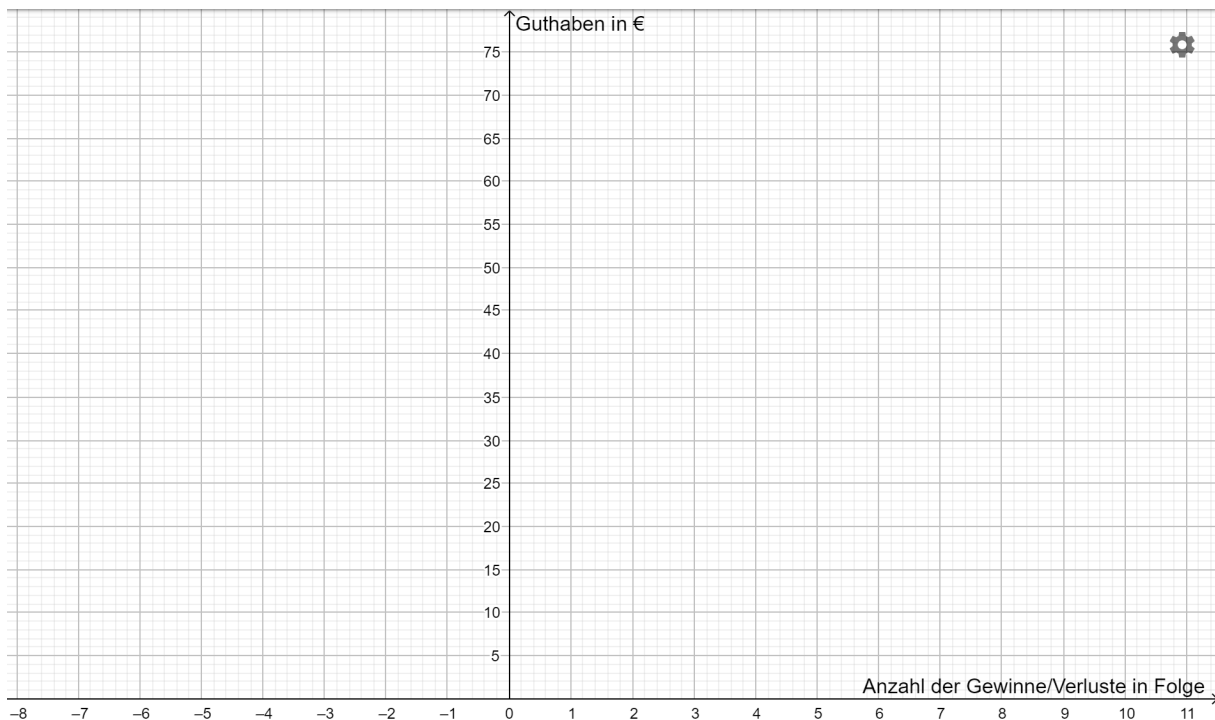
Landauer Kerwe

Aufgabe 2: Glücksspiel kann süchtig machen

- 2.4 Betrachtet euch nun die Wertetabellen genauer. Notiert, wie sich die Einträge der oberen und unteren Zeilen verändern und vervollständigt die Tabelle.
- 2.5 Nennt abschließend, um welche Art von Wachstum (Abnahme) es sich in Aufgabe 2.4 handelt.

- 2.6 Stellt mit Hilfe der Zusammenhänge aus den Aufgaben 2.1 - 2.4 für jede der beiden Wertetabellen die passende Funktionsgleichung auf. Notiert unten eure beiden Gleichungen.

- 2.7 Skizziert in das folgende Koordinatensystem die zu den Wertetabellen aus 2.3 zugehörigen Punktepaare.





Aufgabe 2: Glücksspiel kann süchtig machen

- 2.8 Geht in **Simulation 11**. Bewegt dort nacheinander die jeweiligen Schieberegler und lasst euch damit die entsprechenden Punkte in das Koordinatensystem einzeichnen.

Durch die Kontrollkästchen „Trendline Sascha“ bzw. „Trendlinie Charlie“ könnt ihr euch den jeweiligen Trend der Punkte anzeigen lassen. Der Verlauf der Trendlinie kommt euch bestimmt bekannt vor.

Durch Klicken auf die Kästchen „Definitionsbereich erweitern“ könnt ihr euch nun jeden Punkt auf der Trendlinie anzeigen lassen. Es entsteht erneut eine Funktion, jedoch mit einem verfeinerten Definitionsbereich, nämlich den reellen Zahlen.

Vergleicht sowohl eure Skizzen als auch eure Funktionsgleichungen mit den Angaben aus **Simulation 11**.

Ergänzt in das obige Koordinatensystem aus 2.7 die beiden entstandenen Graphen und ihre zugehörigen Gleichungen in zwei verschiedenen Farben.

- 2.9 Betrachtet nun die beiden Funktionsgleichungen genauer. Diskutiert, wodurch die Unterschiede der beiden Graphen aus 2.8 entstehen, und haltet eure Vermutungen schriftlich fest.





Landauer Kerwe

Aufgabe 2: Glücksspiel kann süchtig machen

- 2.10 Formuliert auf Basis eurer Vermutungen aus 2.9 einen Merksatz, wann eine exponentielle Zu- oder Abnahme bei Funktionen der Art $f(x) = a \cdot b^x$ (für $a > 0$) vorliegt.

- 2.11 Wofür könnte der Parameter a der Funktion $f(x) = a \cdot b^x$ im Kontext dieser Aufgabe stehen? Stellt in eurer Gruppe Vermutungen auf und haltet sie schriftlich fest.



Landauer Kerwe

Aufgabe 2: Glücksspiel kann süchtig machen



Gruppenergebnis I

Füllt die Lücken mit Hilfe eurer Ergebnisse aus den Aufgaben 2.1 bis 2.11 aus, so dass ein vollständiger Merkkasten entsteht.

„Ein Prozess verläuft exponentiell“ bedeutet anders formuliert:

Die Zunahme bzw. Abnahme kann durch eine Exponentialfunktion mit einer Funktionsgleichung der Form $f(x) = a \cdot b^x$ (für $a > 0$) beschrieben werden. Dabei wird das b auch als Basis der Exponentialfunktion bezeichnet und kann verschiedene Werte annehmen, was wiederum Auswirkungen auf den Verlauf des Graphen bewirkt:

- Ist $b > \underline{\hspace{2cm}}$, liegt ein exponentielles $\underline{\hspace{2cm}}$ vor.
- Ist $\underline{\hspace{2cm}} < b < \underline{\hspace{2cm}}$, liegt eine exponentielle $\underline{\hspace{2cm}}$ vor.

Bei einer Zunahme (Abnahme) mit konstanter prozentualer Wachstumsrate (bzw. Abnahmerate) $p\%$ bezeichnet man

- $b = 1 + \frac{p\%}{100}$ als Wachstumsfaktor bzw.
- $b = 1 - \frac{p\%}{100}$ als Abnahmefaktor.



Landauer Kerwe

Aufgabe 3: Deal or no deal

Alex und Charlie müssen ihre Niederlage erst einmal verdauen. Nach einem frustrierenden Gang über die Kerwe holen sich die beiden zur Aufheiterung einen Crêpe und überlegen sich, wie sie ihr Geld zurückgewinnen könnten. „Es muss doch bestimmt ein Angebot geben, bei dem man mehr gewinnen kann!“, sagt Alex. Charlie räumt ein: „Ja klar, Alex! Aber am Ende müssen wir ja auch den Ladenbesitzer damit überzeugen, also sollte es einigermaßen fair sein! Der Ladenbesitzer ist ja nicht auf den Kopf gefallen!“

- 3.1 Welchen Angeboten könnte der Ladenbesitzer am ehesten zustimmen? Diskutiert in eurer Gruppe und haltet eure wichtigsten Gedanken fest.

Nach dem leckeren Crêpe kehren die beiden gestärkt zum Glücksspielstand zurück und beobachten die Spieler. Den beiden fällt auf, dass jeder, der gewinnt, nach der gleichen Taktik vorgeht. „Hey Charlie, siehst du das auch!? Ich glaube, wenn wir deren Taktik benutzen, schaffen wir es bestimmt mindestens sieben Mal in Folge zu gewinnen!“ Charlie stimmt ihm zu. Als der Laden schließt, sprechen die zwei den Besitzer an: „Hey, wir haben ja vorhin ganz schön viel Geld verloren. Wäre es möglich, dass wir Ihnen einen eigenen Deal vorschlagen?“ „Ja klar“, antwortet der Besitzer, „jedoch müsst ihr bedenken, dass je größer der Einsatz wird, desto kleiner die Gewinnquote wird und andersrum!“

Zuhause machen sie sich deshalb einige Gedanken, wie sie am besten und schnellsten ihr verlorenes Geld zurückgewinnen können. Bei ihrer Recherche finden sie ein GeoGebra-Applet. Öffnet dazu **Simulation 12**.



Landauer Kerwe

Aufgabe 3: Deal or no deal

- 3.2 Nun seid ihr an der Reihe. Nutzt **Simulation 12**, um mit den dort vorhandenen Schieberegler ein für euch passendes Verhältnis zwischen Einsatz und Gewinnquote herauszufinden. Begründet euer Ergebnis schriftlich.

Bemerkung: Der Knopf „a erweitern“ soll von euch in diesem Aufgabenteil vorerst ignoriert werden.

Nachdem die beiden das für sich beste Verhältnis zwischen Einsatz und Gewinnquote herausgefunden haben, drücken sie aus weiterem Interesse den Button „a erweitern“ und beobachten, was innerhalb des Applets passiert. Alex: „Wow, schau mal Charlie, jetzt kann unser Einsatz plötzlich viel mehr Zahlen annehmen!“

- 3.3 Versetzt euch in die Rolle von Alex und Charlie und klickt ebenfalls innerhalb der **Simulation 12** auf den Knopf „a erweitern“. Erforscht nun selbst das Applet genauer und beschreibt mögliche Veränderungen des Graphen durch den Parameter a . Haltet eure Erkenntnisse schriftlich fest.





Landauer Kerwe

Aufgabe 3: Deal or no deal



Gruppenergebnis II

Füllt die Lücken mit Hilfe eurer Ergebnisse aus den Aufgaben 3.1 bis 3.3 aus, so dass ein vollständiger Merkkasten entsteht.

Durch Veränderung des Parameters a erzeugt man entweder eine Streckung oder eine Stauchung des Graphen in Richtung der y -Achse.

- Ist $a > \underline{\quad}$ und $b > \underline{\quad}$, so ist der Graph der Funktion exponentiell wachsend.

Ist $a < \underline{\quad}$ und $b > \underline{\quad}$, so ist der Graph der Funktion exponentiell fallend und entsteht durch eine Spiegelung an der $\underline{\quad}$ -Achse.

- Ist $a > \underline{\quad}$ und $\underline{\quad} < b < \underline{\quad}$, so ist der Graph der Funktion exponentiell fallend.

Ist $a < \underline{\quad}$ und $\underline{\quad} < b < \underline{\quad}$, so ist der Graph der Funktion exponentiell wachsend und entsteht durch eine Spiegelung an der $\underline{\quad}$ -Achse.

Neben der Streckung des Graphen hat die für a eingesetzte Zahl noch weitere Bedeutungen:

- a ist der wert bei exponentiellen Zu – bzw. Abnahmeprozessen
- a ist immer die Ordinate (2. Koordinate) des y -Achsenabschnitts:

$$S = (\underline{\quad} | \underline{\quad})$$



Landauer Kerwe

Aufgabe 4: Kein volles Risiko

Im Gegensatz zu Alex und Charlie verlief bei Sascha und Kim der erste Tag am Glücksspielstand sehr erfolgreich. Deshalb gehen sie auch am Folgetag mit voller Zuversicht zurück an den Stand und versuchen ihr Glück. Allerdings haben sie die Pechsträhnen von Alex und Charlie etwas vorsichtiger werden lassen. Da sie nicht gleich wieder das gewonnene Geld vollständig einsetzen wollen, legen sie sich einen Teil zur Seite:

Sascha hat am ersten Tag den Stand mit 33,75 € verlassen. Er spielt nun erneut mit 10 € Einsatz und legt 23,75 € zur Seite.

Kim hat am ersten Tag 83,89 € ausgezahlt bekommen und spielt nun mit 5 € Einsatz. Dabei legt sie 78,89 € zur Seite.

Die zugehörigen Gewinnquoten haben sich im Vergleich zum Vortag nicht geändert.

- 4.1 Diskutiert darüber, wie in der neuen Situation die jeweilige Funktionsgleichung für den Fall einer erneuten Glückssträhne von x Gewinnen in Folge aussehen könnte. Notiert unten die jeweiligen Funktionsgleichungen für das Guthaben in Abhängigkeit von x .

- 4.2 In **Simulation 13** könnt ihr euch durch das Ziehen an dem jeweiligen Schieberegler die Veränderung zwischen den beiden Situationen der beiden Jugendlichen anzeigen lassen.

Beschreibt die zu sehende Veränderung mit eigenen Worten und vergleicht zusätzlich die jeweiligen Funktionsgleichungen und Graphen der „Gewinnsträhnen“ vom ersten Tag mit der neuen Situation. Notiert eure Ergebnisse.

Hinweis: Die Funktionsgleichungen werden euch angezeigt, wenn ihr den jeweiligen Schieberegler auf den Maximalwert einstellt.

Bemerkung: Der Knopf „Weiter“ soll von euch in diesem Aufgabenteil vorerst ignoriert werden.





Landauer Kerwe

Aufgabe 4: Kein volles Risiko

- 4.3 Ab Aufgabenteil 4.1 arbeitet ihr mit einer durch einen beliebigen reellzahligen Parameter (in unserem Fall bezeichnet mit e) erweiterten Funktionsgleichung der Exponentialfunktion, nämlich $f(x) = a \cdot b^x + e$.

Durch Drücken auf den „Weiter“ Knopf in **Simulation 13** könnt ihr eine allgemeinere Situation untersuchen, die den Kontext unseres Glücksspielstandes verlässt.

Untersucht durch das Ziehen an dem Schieberegler e , wie sich der Parameter e auf die Funktionsgleichung und die Graphen auswirkt. Haltet eure Ergebnisse schriftlich fest, indem ihr einen Merksatz formuliert.





Landauer Kerwe

Aufgabe 4: Kein volles Risiko

Gruppenergebnis III

Füllt die Lücken mit Hilfe eurer Ergebnisse aus den Aufgaben 4.1 bis 4.2 aus, so dass ein vollständiger Merkkasten entsteht.

Durch Veränderung des Parameters e (mit $e \in \mathbb{R}$) bewirkt man eine sogenannte Verschiebung des Graphen parallel zur y -Achse. Die Funktionsgleichung der Exponentialfunktion kann deshalb zu $f(x) = a \cdot b^x + e$ erweitert werden.

Ist dabei

- $e > 0$, so erhält man eine Verschiebung nach _____.
- $e < 0$, so erhält man eine Verschiebung nach _____.
- $e = 0$, so _____.



Landauer Kerwe

Zusatzaufgaben

Ordne jedem Funktionsterm den passenden Graphen zu. Begründe deine Entscheidungen mithilfe des neu erworbenen Wissens aus dieser Station.
Öffne dazu **Learningapp 2**.



Mathematik-Labor "Mathe ist mehr"
RPTU Kaiserslautern-Landau
Institut für Mathematik
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7
76829 Landau

<https://mathe-labor.de>

Zusammengestellt von:
Sebastian Scherer & Yannick Strauß

Betreut von:
Alexander Engelhardt & Prof. Jürgen Roth

Variante A

Veröffentlicht am:
31.03.2022