



Station  
„Math for future“  
AR

Arbeitsheft

--	--	--	--	--	--	--	--

Teilnehmercode

Schule

Klasse

Tischnummer



Mathematik-Labor  
"Mathe ist mehr"



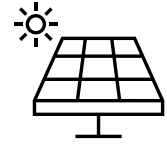


# Mathematik-Labor

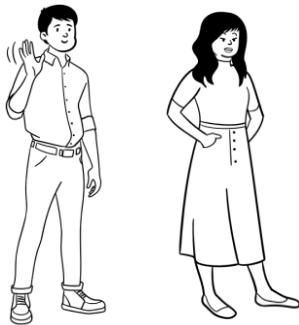
## Math for future

### Liebe Schülerinnen und Schüler!

Solarenergie ist nicht erst seit der Energiekrise in aller Munde. Überall sieht man neu installierte Solaranlagen. Auch eure Schule entscheidet sich dazu, eine Anlage auf dem Schuldach zu installieren, um Strom zu erzeugen. Eure Rektorin hat festgestellt, dass man dabei sehr viele verschiedene Aspekte beachten muss.



Und jetzt kommt ihr ins Spiel: Die Schule möchte alle in die Organisation und Umsetzung des Projekts miteinbinden. Ihr bekommt die Aufgabe die bestmögliche Aufstellung der Solaranlage zu ermitteln.



Dabei stehen euch zwei Experten aus dem Berufsfeld unterstützend zur Verfügung, nämlich Ida und Erik. Sie werden euch manchmal ein paar Hinweise und Tipps geben, was ihr bei euren Planungen beachten solltet.

### Wichtig: Bearbeitet bitte alle Aufgaben der Reihe nach!



Zu dieser Aufgabe gibt es Hilfen im Hilfeheft.



Diskutiert hier eure wichtigsten Ergebnisse und fasst sie zusammen.



Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video.



Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch.



Bei dieser Aufgabe könnt ihr die AR-Funktion in der Simulation nutzen.



Wir wünschen Euch viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Das Mathematik-Labor-Team



## Aufgabe 1: Erste Schritte

**Euer Ziel:** Findet die bestmögliche Aufstellung der Solarmodule für das Flachdach eurer Schule.

- 1.1 Sammelt in eurer Gruppe, was ihr bereits über das Thema Solarenergie wisst und euch bei eurer Aufgabe helfen könnte. Notiert dies stichpunktartig in der Spalte Vorwissen und lasst die zweite Spalte frei.

Vorwissen	Informationen aus dem Video

Vielleicht sind noch nicht alle von euch solche ExpertInnen für Solarenergie und ihre Anwendungen wie Ida und Erik. Daher haben die beiden euch ein Video erstellt, in dem ihr euer Grundwissen zum Thema Solarenergie und Solaranlagen auffrischen könnt.



- 1.2 Seht euch den **interaktiven Inhalt 1** an. Ergänzt die Tabelle oben, indem ihr für euch neue Informationen in der rechten Spalte notiert.





## Aufgabe 1: Erste Schritte

- 1.3 Nennt stichpunktartig Aspekte, durch die die Strahlungsintensität und damit der Ertrag einer Photovoltaikanlage beeinflusst werden können. Seht euch dann das **Video 1 bis zum Ende** an und ergänzt ggf. fehlende Aspekte.

Durch das Video von Erik und Ida seid ihr nun alle bestens informiert und könnt eure Aufgabe angehen. Macht euch also nochmal bewusst, wo ihr im Moment steht:

- 1.4 Beantwortet dazu die folgenden Fragen so konkret, wie möglich:
- 1) Was ist gesucht?
  - 2) Was ist gegeben? / Welche Bedingungen sind euch bekannt?





# Math for future

## Aufgabe 1: Erste Schritte

1.5 Seht euch das **Video 1** zur Handhabung der 3D-Rechner-App mit AR-Funktion an und folgt den Anweisungen im Video. (**Simulation 1: xtxcsa4n**)



Ihr habt euch klar gemacht, wo ihr steht und was euer Ziel ist. Jetzt ist es an der Zeit, sich mit der Ausgangssituation zu beschäftigen. Dazu hat euch die Rektorin den Plan der Schule gegeben. Diesen könnt ihr nutzen, um das Gebäude in einer Simulation nachzubauen.

### Material

- Plan der Schule
- Anleitung GeoGebra 3D Rechner



- 1.6 Öffnet **Simulation 2** mit dem Kürzel **yqzgxdt**s auf dem Tablet. Erstellt auf der Basis des Plans der Schule ein digitales Modell des Schulgebäudes.
- 1.7 Erarbeitet in **Einzelarbeit** mithilfe der **Simulation 2** je einen Vorschlag für die Anordnung und Ausrichtung der Solarzellen auf dem Dach. Skizziert dazu die Grundfläche für die Solaranlage und beschreibt ihre Ausrichtung. Erläutert die Vor- und Nachteile eures eigenen Vorschlags.

<b>Dein Vorschlag:</b>	<b>Vor- und Nachteile:</b>
<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; background-image: linear-gradient(to right, lightgray 1px, transparent 1px), linear-gradient(to bottom, lightgray 1px, transparent 1px); background-size: 20px 20px;"></div>	







# Math for future

## Aufgabe 2: Das Modell

2.1 Betrachtet erneut die Aspekte aus Aufgabenteil 1.3. Notiert zu den vorgenommenen Einteilungen eine Begründung. Diskutiert als Gruppe, welche der übrigen Aspekte besonders wichtig bzw. weniger wichtig für eure Aufgabe sind. Setzt dann ein Kreuz für die Einteilung und begründet eure Entscheidung.



Aspekt	Wichtig	Weniger wichtig	Begründung
Jahreszeitliche Schwankungen der Sonnenstunden pro Tag	X		
Schattenwurf			
Witterung/ Bewölkung		X	
Tagesstand der Sonne	X		
Geographische Breite			
Neigungswinkel der Solaranlage			

2.2 Formuliert aus den Aspekten, die ihr als weniger wichtig für eure Aufgabe eingeordnet habt, Annahmen für euer Modell der Ausgangssituation.







# Math for future

## Aufgabe 2: Das Modell



Ihr habt nun die Grundlage für euer Modell gelegt. Dieses soll nun Stück für Stück in einer Simulation entstehen und euch dabei helfen, eure Aufgabe zu lösen. Beginnen wir mit dem Aspekt „Neigungswinkel der Solarmodule“...

Das Untersuchen von Winkeln setzt voraus, dass man weiß, wie diese bestimmt werden. Zur Wiederholung haben euch Ida und Erik eine Aufgabe vorbereitet.

2.3 Öffnet **Simulation 3 am Laptop**. Geht nacheinander die drei Situationen durch und variiert die dargestellten Objekte mithilfe der Schieberegler und der beweglichen Punkte. Fasst die wichtigsten Informationen zusammen, indem ihr die Lücken in der folgenden Tabelle ausfüllt.



(Schnitt-) Winkel zwischen	Zwei Vektoren	Ebene - Ebene	Ebene - Gerade
Beschriftete Skizze			
Bedeutung $\vec{v}$	Beliebiger Vektor		
Bedeutung $\vec{n}$			Normalenvektor der Ebene E
Formel zur Winkelberechnung	$\cos(\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$		
Beispielrechnung			

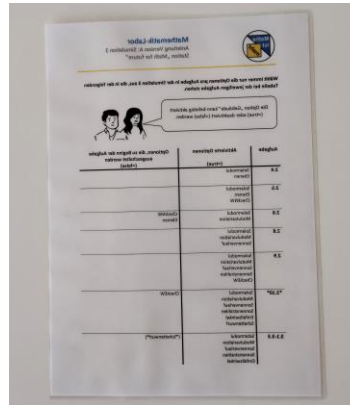


# Math for future

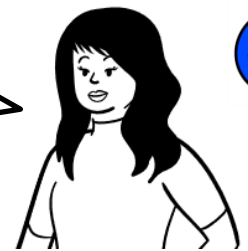
## Aufgabe 2: Das Modell

### Material

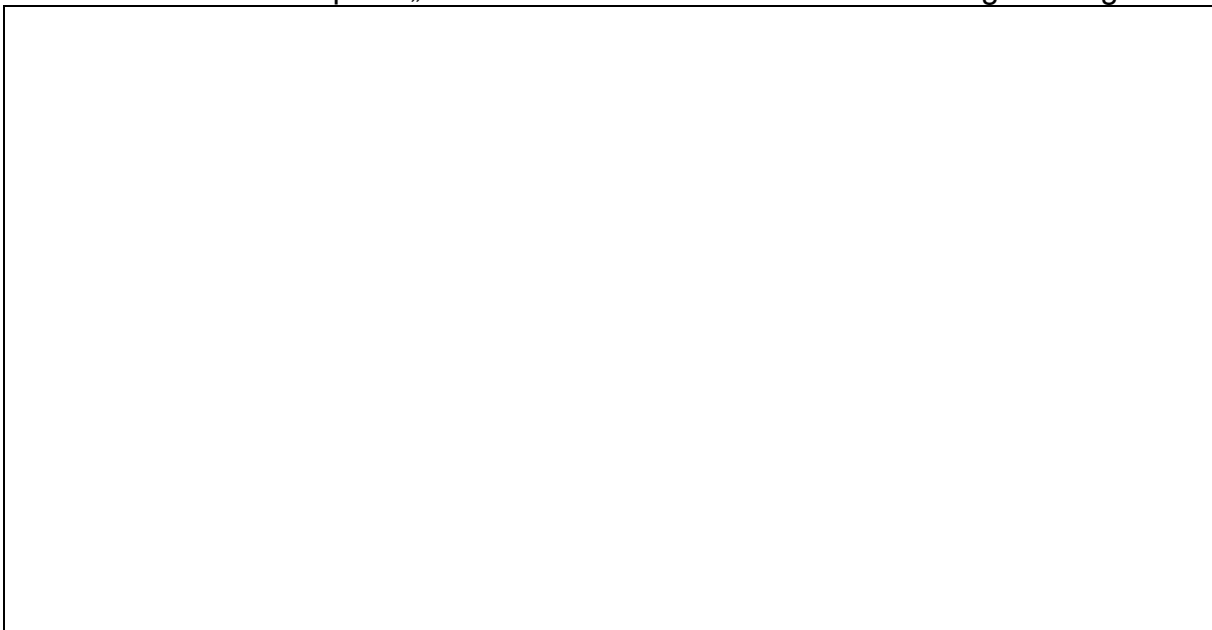
- Anleitung Version A: Simulation 3



Nutzt die Anleitung bei allen Aufgabenteilen, in denen die Simulation 3 vorkommt. Damit behaltet ihr den Überblick!  
Hier noch ein Tipp:  
Schaltet von nun an in der **Simulation 4** immer diejenigen Optionen im „Algebra“-Bereich mit „=true“ ein, die ihr gerade benötigt, und reduziert die Komplexität, indem ihr die weniger wichtigen Optionen im „Algebra“-Bereich mit „=false“ ausschaltet.



- 2.4 Öffnet **Simulation 4** mit dem Kürzel **ftnng9a4** auf dem Tablet. Schaltet das „Solarmodul“ mit „=true“ frei. Berechnet den Neigungswinkel  $\beta$  des Solarmoduls. Nutzt dazu die Option „Ebenen“ und stellt die fehlende Ebenengleichung auf.





# Math for future

## Aufgabe 2: Das Modell

- 2.5 Überprüft den berechneten Winkel mithilfe der **Simulation 4**, indem ihr „Check\_NW“ aktiviert und euer Ergebnis im „Algebra“-Bereich bei „NW“ eingibt und mit Enter bestätigt. Korrigiert ggf. eure Berechnung.
- 2.6 Schaltet in der **Simulation 4** die Option „Modulvariation“ ein und variiert dann den Punkt P mithilfe des Schiebereglers. Gebt begründet an, in welchem Winkelbereich der Neigungswinkel liegen kann.



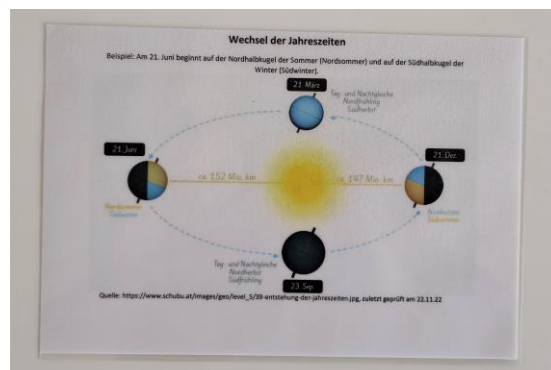
Die Situation ist so vielschichtig! An jedem Tag im Jahr treffen die Sonnenstrahlen in einem anderen Winkel auf die Erde.

Stimmt! Gerade der Sonnenstand zu verschiedenen Zeiten im Jahr ist in unseren Breiten ein entscheidender Faktor. Vielleicht reicht es, eine kleine Anzahl spezieller Tage zu betrachten anstatt jeden einzelnen Tag im Jahr.

Wenn ich an spezielle Tage denke, denke ich spontan an die Wechsel der Jahreszeiten.

### Material

- Informationsblatt „Wechsel der Jahreszeiten“





# Math for future

## Aufgabe 2: Das Modell

2.7 Diskutiert über Idas Einfall und erläutert dann, welche der vier Tage der Jahreszeitenwechsel ihr betrachten würdet. Begründet eure Entscheidung.

2.8 Aktiviert in der **Simulation 4** die Option „Sonnenverlauf“. Stellt die von euch gewählten Tage nacheinander ein und variiert den Breitengrad. Beschreibt jeweils, wie sich die Situation verändert, wenn man die Tage bzw. den Breitengrad variiert.

Veränderungen durch den Tag	Veränderungen durch den Breitengrad



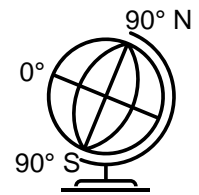


# Math for future

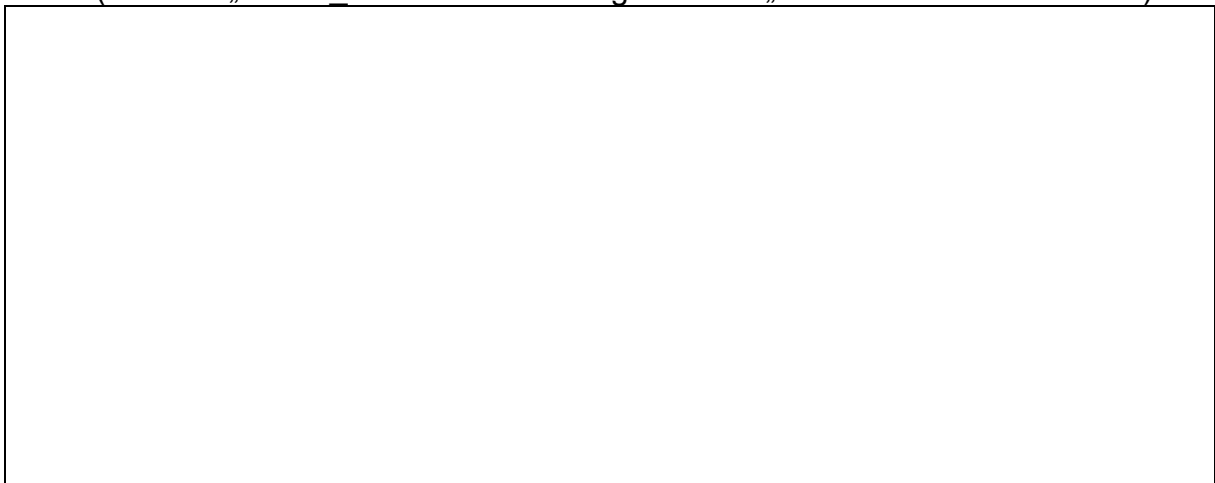
## Aufgabe 2: Das Modell



Eure Schule befindet sich in Landau und Landau liegt auf dem 49. Breitengrad in Richtung Norden.



- 2.9 Blendet nun die „Sonnenstrahlen“ in der **Simulation 4** ein und stellt den Punkt S im Grafikfenster beliebig zwischen den Punkten Aufgang und Untergang auf dem dick markierten Kreis ein. Bestimmt nun den Winkel, mit dem der Sonnenstrahl  $S_3$  auf das Solarmodul trifft. Überprüft euer Ergebnis dann mithilfe der Simulation.  
(Aktiviert „Check EW“. Gebt euer Ergebnis bei „EW“ ein und drückt Enter.)



Bearbeitet Aufgabenteil 2.10 nur, wenn ihr bei Aufgabenteil 2.1 den Schattenwurf als wichtig eingeordnet habt. Falls ihr ihn als weniger wichtig eingeordnet habt, überspringt diesen Aufgabenteil.

- \*2.10\* Falls ihr euch bei dem Aufgabenteil 2.1 für das Einbeziehen des Schattenwurfes entschieden habt, aktiviert diesen in der **Simulation 4**. Variiert den Schieberegler „Höhe“ sowie die Maße und die Position des Objekts mithilfe der blauen Punkte, um die Auswirkungen des Schattenwurfes an den von euch gewählten Tagen zu beurteilen.







## Aufgabe 3: Ziel erreicht?

3.3 Betrachtet nun die weiteren von euch ausgewählten Tage auf die gleiche Weise (Aufgabe 3.1 und 3.2). Vervollständigt die Tabelle, indem ihr zu allen von euch ausgewählten Tagen die beiden Winkel und die Dauer des Tageslichts notiert.

Tag				
Neigungswinkel bei max. Einfallswinkel				
Maximaler Einfallswinkel				
Tageslichtdauer in Stunden				

Eine Mitschülerin schlägt vor: „Lasst uns einfach den Mittelwert der Neigungswinkel der verschiedenen Tage berechnen. Dann haben wir einen Durchschnittswinkel und sind fertig.“

3.4 Bestimmt den Winkel nach dem Vorschlag der Schülerin und diskutiert ihren Vorschlag. Nehmt begründet Stellung, ob ihr der Mitschülerin zustimmt oder nicht.

Eine weitere Mitschülerin äußert bei eurer Diskussion den Gedanken, dass die Sonne im Sommer viel länger scheint als im Winter und daher der Neigungswinkel bei maximalem Einfallswinkel für den Ertrag der Solaranlage im Sommer mehr ins Gewicht fällt als der im Winter.

3.5 Gebt eine Möglichkeit an, wie man den Gedanken der Mitschülerin, in die Berechnung des bestmöglichen Neigungswinkels der Solarmodule aufnehmen kann.





# Math for future

## Aufgabe 3: Ziel erreicht?



Bei der Berechnung eines gewichteten Mittelwerts wird zunächst jedem Wert ein Gewicht zugewiesen. Dazu multipliziert man jeden Wert mit seinem jeweiligen Gewicht.  
Die erhaltenen Produkte werden aufsummiert und dann durch die Summe der Gewichte dividiert, um die richtigen Größenverhältnisse wieder herzustellen.  
Das Ergebnis ist der **gewichtete Mittelwert**.

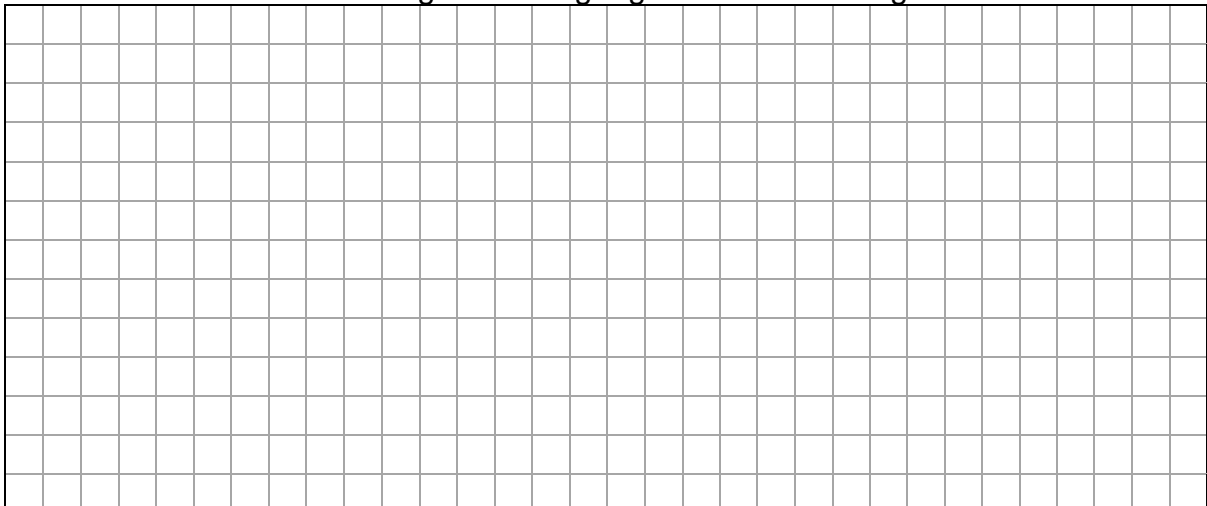
3.6 Übertrag Eriks Hinweis auf eure Daten, indem ihr identifiziert, welche Daten Werte bzw. Gewichte sind und dann jedem Wert das jeweilige Gewicht zuweist. Tragt diese in die Tabelle ein.

(Je nachdem wie viele Werte ihr verwendet, benötigt ihr nicht jedes Tabellenfeld. Spalte 3 bleibt zunächst frei)

Wert	Gewicht	
Summe		

3.7 Berechnet das Produkt von Wert und Gewicht und tragt es in die dritte Spalte der Tabelle ein. Notiert die Summe der Gewichte und die Summe der Produkte in der sechsten Zeile.

3.8 Berechnet den bestmöglichen Neigungswinkel über den gewichteten Mittelwert.







# Math for future

## Aufgabe 3: Ziel erreicht?

### Gruppenergebnis

Fasst hier eure Ergebnisse aus allen bisherigen Aufgabenteilen zusammen.

Formuliert begründet eine Empfehlung an eure Schulleitung für die bestmögliche Aufstellung der Solarmodule für das Flachdach eurer Schule. Geht dabei auch darauf ein, welche Faktoren ihr berücksichtigt habt oder welche nicht.





## Math for future

### Zusatz: Ist das realistisch?



Bevor ihr eure Empfehlung an die Schulleitung übergibt, solltet ihr noch einmal prüfen, ob euer erhaltenes Ergebnis realistisch ist.

Um euer Ergebnis besser einordnen zu können, haben wir euch ein paar Quellen mitgebracht.



4.1 Vergleicht euer Ergebnis mit den Empfehlungen aus den drei Quellen. Beschreibt, was ihr dabei feststellt, und beurteilt, wie realistisch euer Ergebnis aus eurer Sicht ist.

I

„Zweckmäßig ist es deshalb, den Neigungswinkel  $\beta$  auf einen Wert zwischen  $30\ldots 60^\circ$  einzustellen. Im Winter, wenn die Sonne flacher am Himmel steht, sind ca.  $60^\circ$ , im Sommer dagegen  $30^\circ$  optimal. Um das lästige Nachstellen zu umgehen, wählt man einen Neigungswinkel von  $45^\circ$ .“ (Hadamovsky & Jonas 2007)

II

„Für die Praxis bedeutet das: Um das Optimum aus der über den Himmel wandernden Sonne herauszuholen, werden Solarpaneele üblicherweise mit jenem Neigungswinkel montiert, welcher im Jahresdurchschnitt die höchste Ausbeute garantiert. Und der liegt in unseren Breitengraden – ganz grob – zwischen  $30$  und  $45^\circ$ , bzw.  $30^\circ$  und  $35^\circ$  in Deutschland.“ (Vattrodt 2021: <https://www.klimaworld.com/blog/ausrichtung-solaranlage>)

III

„Netzgekoppelte Photovoltaik-Anlagen, bei denen es nur auf eine möglichst hohe Energieausbeute pro Jahr ankommt, sollten einen Neigungswinkel haben, der sich überwiegend an der Jahreshälfte von Anfang April bis Ende September orientiert. Ein Neigungswinkel um die  $35^\circ$  bis  $40^\circ$  ist hier demnach günstiger als die oft empfohlenen  $45^\circ$ .“ (Hanus 1998)



## Math for future

### Zusatz: Ist das realistisch?

4.2 Gebt an, ob ihr eure Empfehlung nun so an die Schulleitung weitergeben würdet oder ob ihr euer Modell und/oder eure bisherigen Berechnungen überarbeiten würdet. Falls ihr euch für die Überarbeitung entscheidet, erläutert, was ihr verändern würdet und warum.

Mathematik-Labor „Mathe-ist-mehr“  
RPTU Kaiserslautern-Landau  
Institut für Mathematik  
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)  
Fortstraße 7  
76829 Landau

<https://mathe-labor.de>

Zusammengestellt von:  
Katja Burckgard

Betreut von:  
Prof. Dr. Jürgen Roth, Alex Engelhardt

Variante A

Veröffentlicht am:  
10.03.2023