



# „Pythagoras und der fiese Mathematikrat“ Teil 2

Arbeitsheft



# Der Satz des Pythagoras

## Pythagoras und der fiese Mathematiker

### Liebe Schülerinnen und Schüler!

Der arme Pythagoras – er hat sich mit seinem cleveren Satz um die Aufnahme in den Rat der Schläuen Mathematiker beworben. Als Aufnahmeprüfung hat der Rat ihn kurzerhand in ein Verlies gesteckt. Vier Türen hindern ihn am Entkommen. Die Schlüssel zur Freiheit sind verschiedene Beweise seines Satzes. Er braucht eure Hilfe!

Erarbeitet in eurer Gruppe einen der vier Beweise. Im Anschluss tauscht ihr euch mit einer anderen Gruppe aus und erstellt passend zu dem Beweis eurer Austausch-Gruppe einen Schlüssel zum Entkommen.

#### Material

- **Material 1:** Legeplättchen Satz des Pythagoras
- **Material 2:** Legeplättchen „Beweis über die Flächenberechnung“
- **Material 3:** Anleitung für das Programmieren (TinkerCAD)

**Wichtig:** Bearbeitet bitte alle Aufgaben der Reihe nach!



Zu dieser Aufgabe gibt es Tippkarten.



Diskutiert hier eure wichtigsten Ergebnisse und fasst sie zusammen.



Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video.



Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch.

Wir wünschen Euch viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Euer Rat der Schläuen Mathematiker



# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 1: Der Satz des Pythagoras

### Der Satz des Pythagoras:

Sind  $a$ ,  $b$  und  $c$  die Seitenlängen eines **rechtwinkligen Dreiecks**, wobei  $a$  und  $b$  die Längen der Katheten sind und  $c$  die Länge der Hypotenuse ist, so gilt  $a^2 + b^2 = c^2$

In geometrischer Deutung ist demnach in einem rechtwinkligen Dreieck die Summe der Flächen der beiden Quadrate über den Katheten gleich der Fläche des Quadrats über der Hypotenuse.

1.1 Was meint Pythagoras mit dieser Aussage? Zeichne deine Erklärung ein.

1.2 Lege mit dem beiliegenden **Material 1** die geometrische Darstellung des Satz des Pythagoras. Denkst du Pythagoras Formel  $a^2 + b^2 = c^2$  kann stimmen? Begründe deine Vermutung.





# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 2: Beweis über die Flächenberechnung

### Der Beweis zum Satz des Pythagoras über die Flächenberechnung

Zum Satz des Pythagoras existieren mehr als 400 verschiedene Beweise. Einige von ihnen lassen sich über die Flächenberechnung beweisen. So auch der Folgende:

- 2.1 Erkläre, was mit der Beweisführung des Satz des Pythagoras gezeigt werden soll.

- 2.2 Das große (äußere) Quadrat setzt sich aus den vier (kongruenten) Dreiecken und dem kleinen Quadrat im Inneren zusammen. Schau dir **Simulation 3** an. Lege es anschließend mit Hilfe von **Material 2** nach. Versuche eine Formel dafür zu finden.





# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 2: Beweis über die Flächenberechnung

- 2.3 Aus welchen Seitenlängen setzt sich das große Quadrat zusammen?  
Verwende die Variablen aus der Zeichnung (siehe im Kasten).



- 2.4 Was entspricht der Kantenlänge des kleinen Quadrates im Inneren der Figur?  
Gibt es dafür vielleicht einen Fachbegriff? Wenn ja, welchen?



# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 2: Beweis über die Flächenberechnung

**Der Beweis über die Flächengleichheit stützt sich auf die Berechnung von Flächeninhalten.**

Man zeigt, dass der Flächeninhalt des großen Quadrates derselbe ist, wie der Flächeninhalt der vier rechtwinkligen Dreiecke und dem Quadrat im Innern der Figur.

2.5 **Erster Schritt:** Nun berechnest du den Flächeninhalt des großen (äußeren) Quadrates.

Versuche eine Formel zu finden und notiere sie anschließend.

2.6 **Zweiter Schritt:** Notiere die Formel für die Berechnung eines rechtwinkligen Dreiecks.

Was ergibt sich, wenn du die Variablen aus der Zeichnung (siehe im Kasten) verwendest?





# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 2: Beweis über die Flächenberechnung

- 2.7 **Dritter Schritt:** Bevor du den Flächeninhalt des inneren Quadrats bestimmen kannst, musst du sicherstellen, dass die Figur im Inneren auch wirklich ein Quadrat ist.  
Wie gehst du hierbei vor?  
Beschreibe in kurzen Stichpunkten.

- 2.8 Wieso ist es für den Beweis wichtig, dass die Figur im Inneren auch wirklich ein Quadrat ist?

- 2.9 **Vierter Schritt:** Bestimme nun den Flächeninhalt des kleinen Quadrats im Innern der Figur.





# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 2: Beweis über die Flächenberechnung

- 2.10 **Fünfter Schritt:** Setze nun den Flächeninhalt des großen (äußeren) Quadrates mit der Summe der einzelnen Figuren gleich.  
Du erhältst folgende Gleichung:

- 2.11 Wir subtrahieren nun auf beiden Seiten  $2ab$  und erhalten die Formel aus dem Satz des Pythagoras.  
Wie lautet diese nochmal? Schreibe die Rechnung auf.

- 2.12 Fasse dein Vorgehen beim „Beweis über die Flächengleichheit“ in eigenen Worten zusammen.







# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 2: Beweis über die Flächenberechnung

- 2.13 Bist du schon fertig? Dann gibt es hier noch eine Zusatzaufgabe:  
Erstelle den Satz des Pythagoras in GeoGebra.  
(Link auf Worddatei bei Simulationen)



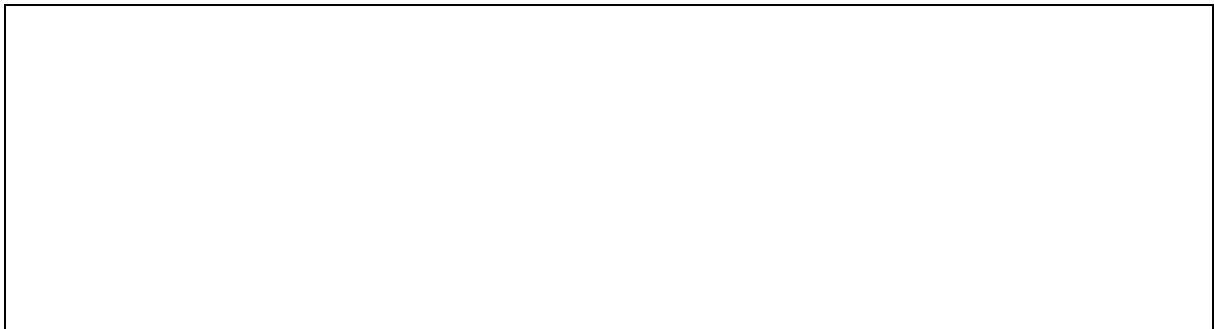


# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 3: Schlüssel erstellen

Eine andere Gruppe hat den Zerlegungsbeweis für den Satz des Pythagoras erarbeitet.

3.1 Schau dir die **Simulation 5** an und beschreibe die Figur.



3.2 Beweist der „Stuhl der Braut“ für dich den Satz des Pythagoras? Begründe.







# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 3: Schlüssel erstellen



3.3 Stellt euch gegenseitig eure Beweise vor und füllt dann gemeinsam die folgende Tabelle aus:

		
Notiert, welche Vor- und Nachteile der jeweilige Beweis für euch hat.		
Beschreibt eure Einschätzung, wie gut die Aussage des Satz des Pythagoras im jeweiligen Beweis erkennbar ist.		

3.4 Welche Strategien werden verwendet, um den Satz des Pythagoras zu beweisen?

„Stuhl der Braut“	„Beweis über die Flächenberechnung“



# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 3: Schlüssel erstellen

- 3.5 Fasse die Schritte im Beweis „Stuhl der Braut“ in kurzen Stichpunkten zusammen.

- 3.6 Der „Stuhl der Braut“ wird euch nun helfen eine der vier Türen zu öffnen. Erstellt eine Beweisfigur mithilfe der Planungssoftware TinkerCAD, um die Figur mit dem Laser zu cutten. Die Seitenlängen des Ausgangsdreiecks betragen  $a = 8$ ,  $b = 6$  und  $c = 10$ . Nutzt hierfür **Material 3**.



# Pythagoras und der fiese Mathematikrat

## Aufgabe 4: Aufnahme in den Rat der Schlauen Mathematiker

- 4.1 Nun habt ihr einen Schlüssel zum Entkommen erstellt. Pythagoras muss seinen Satz aber noch vor dem Mathematikrat vorstellen, um endlich aufgenommen zu werden.  
Hilf ihm dabei und erkläre den anderen Gruppen den „Stuhl der Braut“. *Unterstützt eure Austauschgruppe, wenn sie den „Beweis über die Flächenberechnung“ erklären.*
- 4.2 Gemeinsam könnt ihr euch aus dem Verlies befreien und auch Mitglieder im Rat der Schlauen Mathematiker werden.  
Nutzt eure Schlüssel, um freizukommen.

Förderung von Grundvorstellungen  
durch Experimentieren mit Materialien und Simulationen

Institut für Mathematik und Informatik

Pädagogische Hochschule Ludwigsburg  
Reuteallee 46  
71634 Ludwigsburg

Zusammengestellt von:  
Paula Kuhn, Joshua Küster, Anna Schmid, Heiner Riesle

Betreut von:  
Dr. Susanne Digel

Veröffentlicht am:  
13.07.2022