„Pythagoras und der fiese Mathematikrat“
Teil 3

Arbeitsheft

Der Satz des Pythagoras

Pythagoras und der fiese Mathematikrat

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Der arme Pythagoras – er hat sich mit seinem cleveren Satz um die Aufnahme in den Rat der Schlauen Mathematiker beworben. Als Aufnahmeprüfung hat der Rat ihn kurzerhand in ein Verlies gesteckt. Vier Türen hindern ihn am Entkommen. Die Schlüssel zur Freiheit sind verschiedene Beweise seines Satzes. Er braucht eure Hilfe!

Erarbeitet in eurer Gruppe einen der vier Beweise. Im Anschluss tauscht ihr euch mit einer anderen Gruppe aus und erstellt passend zu dem Beweis eurer Austausch-Gruppe einen Schlüssel zum Entkommen.

Material

- **Material 1:** Legeplättchen Satz des Pythagoras
- **Material 2:** Legeplättchen für den „Altindischen Beweis“
- **Material 3**: Anleitung für das Programmieren (TinkerCAD)

Wichtig: Bearbeitet bitte alle Aufgaben der Reihe nach!

Zu dieser Aufgabe gibt es Tippkarten.

Diskutiert hier eure wichtigsten Ergebnisse und fasst sie zusammen.

Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video.

Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch.

Wir wünschen Euch viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Euer Rat der Schlauen Mathematiker

Pythagoras und der fiese Mathematikrat

Aufgabe 1: Der Satz des Pythagoras

Der Satz des Pythagoras:

Sind a, b und c die Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks, wobei a und b die Längen der Katheten sind und c die Länge der Hypotenuse ist, so gilt $a^2 + b^2 = c^2$.

In geometrischer Deutung ist demnach in einem rechtwinkligen Dreieck die Summe der Flächen der beiden Quadrate über den Katheten gleich der Fläche des Quadrats über der Hypotenuse.

1.1 Was meint Pythagoras mit dieser Aussage? Zeichne deine Erklärung ein.

1.2 Lege mit dem beiliegenden **Material 1** die geometrische Darstellung des Satz des Pythagoras. Denkst du Pythagoras Formel $a^2 + b^2 = c^2$ kann stimmen? Begründe deine Vermutung.

Pythagoras und der fiese Mathematikrat

Aufgabe 2: Altindischer Beweis

Der Beweis zum Satz des Pythagoras über eine Ergänzung:
Der Satz des Pythagoras wird neben vielen Zerlegungsbeweisen auch durch die mathematische Strategie des Ergänzens bewiesen. So auch folgender „Altindische Beweis“.

2.1 Erkläre, was mit der Beweisführung des Satz des Pythagoras gezeigt werden soll.

2.2 **Erster Schritt:** Ergänze mit Hilfe von **Material 2** die Kathetenquadrate mit vier zum Ausgangsdreieck kongruenten Dreiecke zu einem großen Quadrat. Übertrage es anschließend in das Arbeitsheft.

Pythagoras und der fiese Mathematikrat

Aufgabe 2: Altindischer Beweis

2.3 Bestimme die Seitenlänge des Quadrates.

2.4 Wieso kannst du dir sicher sein, dass die Figur aus Aufgabe 2.2 ein Quadrat ist?

2.5 **Zweiter Schritt:** Ergänze nun das Hypotenusenquadrat von **Material 2** ebenfalls durch vier zum Ausgangsdreieck kongruente Dreiecke zu einem Quadrat und übertrage die Figur anschließend in das Arbeitsheft.

Pythagoras und der fiese Mathematikrat

Aufgabe 2: Altindischer Beweis

2.6 Bestimme die Seitenlänge dieses Quadrates.

2.7 Wieso kannst du dir sicher sein, dass die Figur aus Aufgabe 2.5 ein Quadrat ist?

2.8 **Dritter Schritt:** Was haben beide Quadrate gemeinsam?

Pythagoras und der fiese Mathematikrat

Aufgabe 2: Altindischer Beweis

2.9 Schau dir die **Simulation 4** an. Hast du die Gemeinsamkeit der beiden Quadrate erkannt?

2.10 Kann man aus diesem Ergänzungsbeweis Pythagoras Behauptung $a^2 + b^2 = c^2$ ableiten? Begründe deine Vermutung.

2.11 Fasse kurz die wichtigsten Schritte des Ergänzungsbeweises zusammen

2.12 Bist du schon fertig? Dann gibt es hier noch eine Zusatzaufgabe:
Erstelle in GeoGebra den Satz des Pythagoras.
(Link auf Worddatei bei Simulationen)

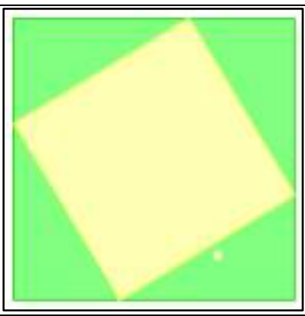
Pythagoras und der fiese Mathematikrat

Aufgabe 3: Schlüssel erstellen

Eine andere Gruppe hat einen weiteren Beweis für den Satz des Pythagoras erarbeitet.

3.1 Schau dir die **Simulation 2** an und beschreibe die Figur.

3.2 Schau dir folgende Abbildung an und überlege dir was eine Gemeinsamkeit zum „Beweis nach Garfield sein kann.

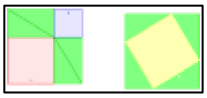
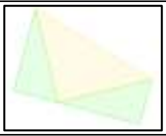


3.3 Beweist der „Beweis nach Garfield“ für dich den Satz des Pythagoras? Begründe.

Pythagoras und der fiese Mathematikrat

Aufgabe 3: Schlüssel erstellen

3.4 Stellt euch gegenseitig eure Beweise vor und füllt dann gemeinsam die folgende Tabelle aus:

			**Bemerkung**
Notiert, welche Vor- und Nachteile der jeweilige Beweis für euch hat.			
Beschreibt eure Einschätzung, wie gut die Aussage des Satz des Pythagoras im jeweiligen Beweis erkennbar ist.			

3.5 Welche Strategien werden verwendet, um den Beweis des Satz des Pythagoras zu beweisen?

„Altindischer Beweis“	„Beweis nach Garfield“

Aufgabe 3: Schlüssel erstellen

3.6 Fasse die Schritte im „Beweis nach Garfield “ in kurzen Stichpunkten zusammen.

3.7 Der „Beweis nach Garfield“ wird euch nun helfen eine der vier Türen zu öffnen. Erstellt die Beweisfigur mithilfe der Planungssoftware TinkerCAD, um die Figur mit dem Laser zu cutten. Die Seitenlängen des Ausgangsdreiecks betragen $a = 8$, $b = 6$ und $c = 10$.
Nutzt hierfür **Material 3**.

Pythagoras und der fiese Mathematikrat

Aufgabe4: Aufnahme in den Rat der Schlauen Mathematiker

4.1 Nun habt ihr einen Schlüssel zum Entkommen erstellt. Pythagoras muss seinen Satz aber noch vor dem Mathematikrat vorstellen, um endlich aufgenommen zu werden. Hilf ihm dabei und erkläre den anderen Gruppen den „Beweis nach Garfield“.
Unterstützt eure Austauschgruppe, wenn sie den „Altindischen Beweis“ erklären.

4.2 Gemeinsam könnt ihr euch aus dem Verlies befreien und auch Mitglieder im Rat der Schlauen Mathematiker werden. Nutzt alle zusammen eure Schlüssel, um freizukommen.

Förderung von Grundvorstellungen
durch Experimentieren mit Materialien und Simulationen

Institut für Mathematik und Informatik

Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
Reuteallee 46
71634 Ludwigsburg

Zusammengestellt von:
Paula Kuhn, Joshua Küster, Anna Schmid, Heiner Riesle

Betreut von:
Dr. Susanne Digel

Veröffentlicht am:
13.07.2022