



Station
„Pythagoras“
Teil 1
Arbeitsheft

--	--	--	--	--	--	--	--

Teilnehmercode

--

Schule

--

Klasse

--

Tischnummer



Mathematik-Labor
"Mathe ist mehr"



Mathematik-Labor

Pythagoras

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Eure Freundin Luana ist gerade dabei ihr Zimmer neu zu gestalten. Sie benötigt einen neuen Kleiderschrank. Sie hat einen gebrauchten Kleiderschrank im Internet gefunden, den sie unbedingt haben möchte.

Ihr wollt Luana beim Aufstellen des Kleiderschranks helfen.

Ihr seid jedoch skeptisch, ob ihr diesen einfach so aufstellen könnt oder ob der Kleiderschrank nicht doch zu hoch ist.

Aber Luana ist sich sicher, dass es passt, da der Kleiderschrank nur 2,1m hoch ist und die Decke 2,2m. Also passt doch alles.

Bevor ihr den Schrank kauft, wollt ihr jedoch ganz sicher sein und sucht deshalb nach einem Weg, dies zu prüfen.

Wichtig: Bearbeitet bitte alle Aufgaben der Reihe nach!



Zu dieser Aufgabe gibt es Hilfen im Hilfeheft.



Diskutiert hier eure wichtigsten Ergebnisse und fasst sie zusammen.



Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video.



Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch.



Wir wünschen Euch viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Das Mathematik-Labor-Team

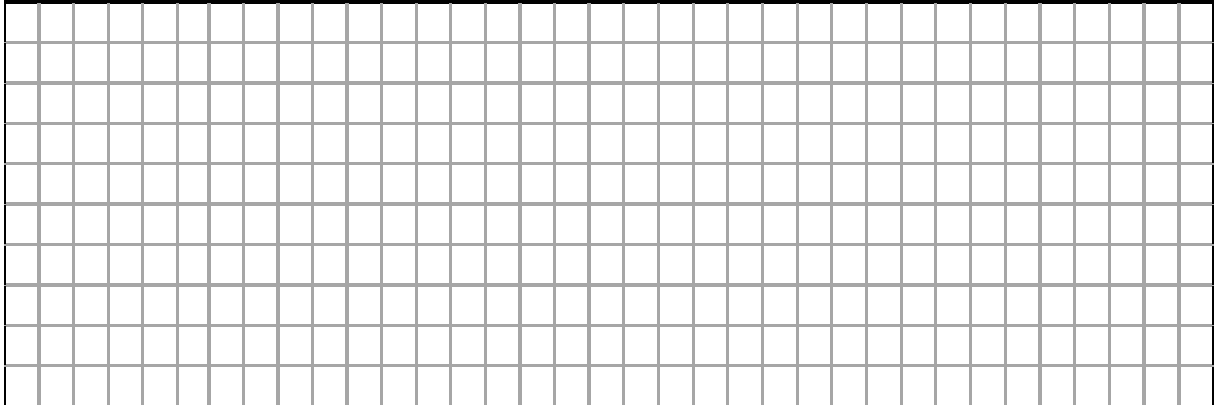


Pythagoras

Aufgabe 1: Pythagoras entdecken

Im Folgenden helfen wir euch, eine Möglichkeit zu finden, das Problem zu lösen. Der Schrank ist 2,1m hoch und 0,8m tief. Luanas Deckenhöhe im Zimmer beträgt 2,2m.

- 1.1 Skizziert die Situation in Luanas Zimmer mit dem Schrank an der Wand. Beschriftet die Skizze mit den bekannten Größenangaben.



- 1.2 Der Schrank liegt bereits aufgebaut auf dem Boden und soll nun aufgestellt werden. Stellt eine Vermutung auf, ob der Schrank in Luanas Zimmer aufgestellt werden kann. Begründet eure Vermutung kurz.

- 1.3 Öffnet **Simulation 1**. Nutzt die Schieberegler, um den Schrank in der Simulation mit den passenden Längenangaben aufzustellen. Beschreibt in wenigen Worten eure Erkenntnis aus der Simulation.

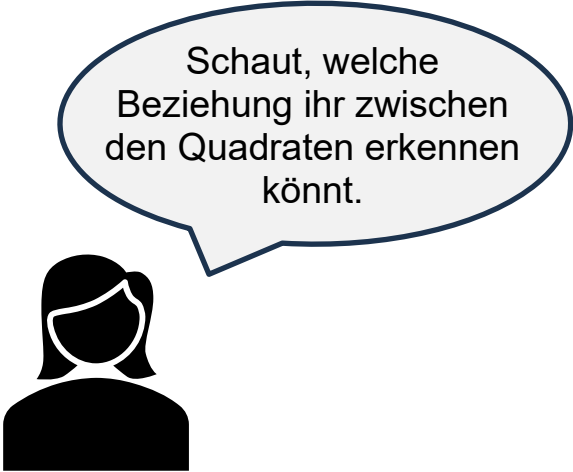




Pythagoras

Aufgabe 1: Pythagoras entdecken

Da Zeichnungen und Abmessungen mit dem Lineal jedoch nicht ganz exakt sind, wollt ihr eine rechnerische Möglichkeit finden, um die Länge der Diagonale zu bestimmen. Daher fragt ihr eure Mathelehrerin, ob sie euch helfen kann. Sie gibt euch eine Simulation, anhand derer ihr euch die Berechnungsmöglichkeit ableiten könnt. Sie gibt euch folgenden Tipp mit auf den Weg.



Schaut, welche Beziehung ihr zwischen den Quadraten erkennen könnt.

1.5 Öffnet **Simulation 2**.

Zieht an einem der drei Punkte des Dreiecks und beobachtet die Simulation. Beschreibt in euren eigenen Worten, welche Beziehungen ihr zwischen den Quadraten erkennen könnt.

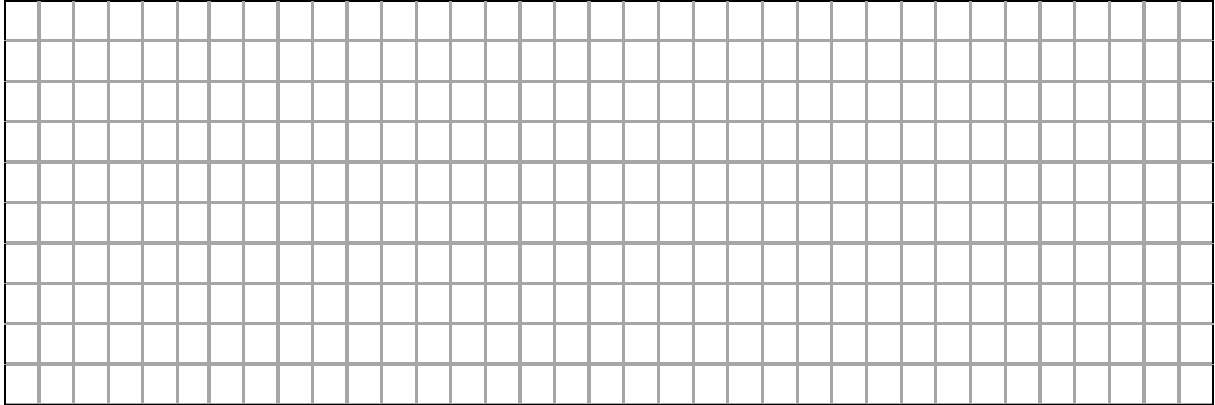




Pythagoras

Aufgabe 1: Pythagoras entdecken

1.6 Notiert diese Beziehung auch in Form einer Gleichung mit Zahlenwerten.



1.7 Öffnet **Simulation 3**. Überprüft, ob auch hier die Beziehung aus Aufgabe 1.5 gilt. Begründet eure Antwort.

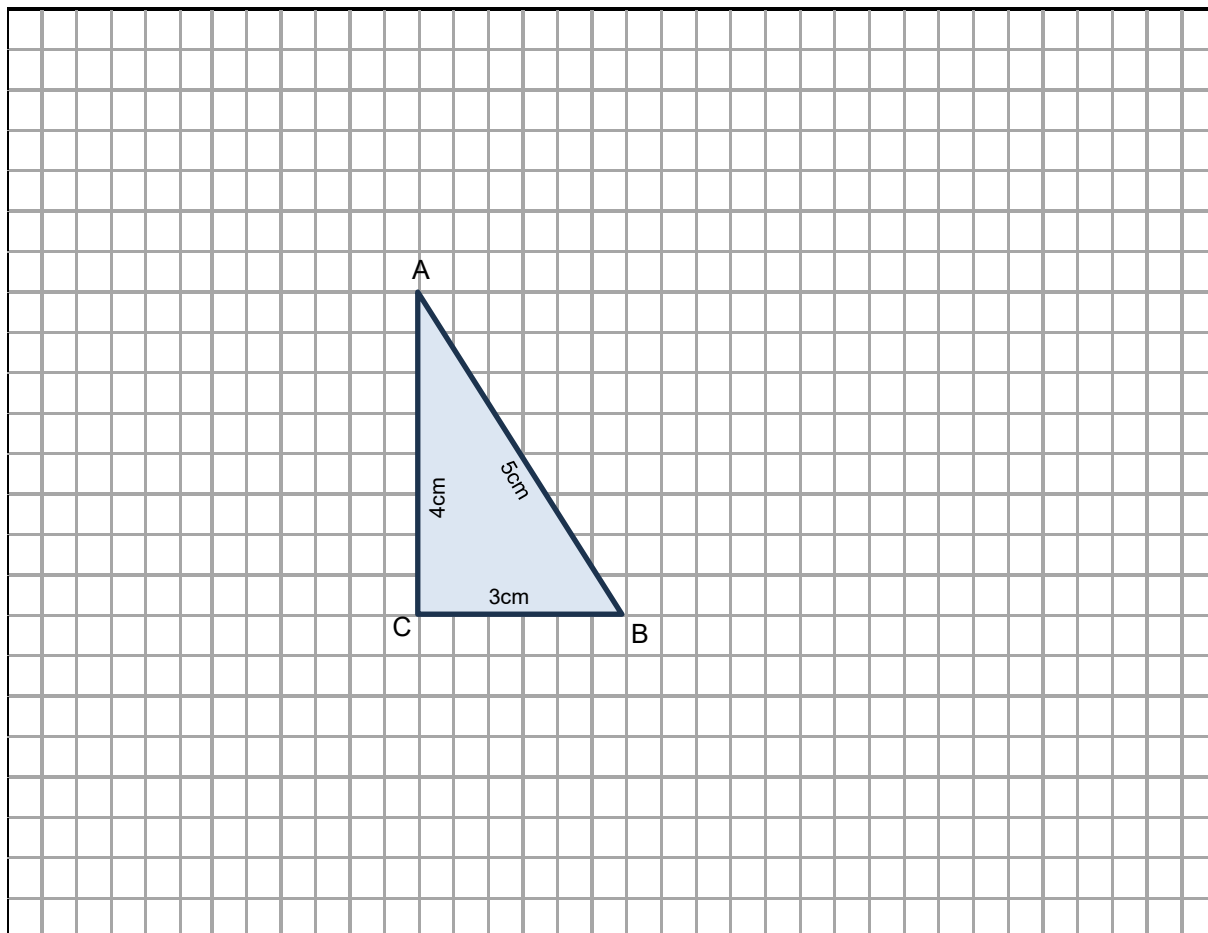




Pythagoras

Aufgabe 1: Pythagoras entdecken

- 1.8 Ergänzt das folgende Dreieck mit den entsprechenden Quadraten und deren Flächeninhalten wie in Simulation 2 und 3. Notiert die Beziehung zwischen den Quadraten als Gleichung.



- 1.9 Formuliert eine allgemeine mathematische Gleichung zu den Erkenntnissen aus Aufgabe 1.5 und 1.6. Nutzt dazu die Beschriftung des vorgegebenen Dreiecks.

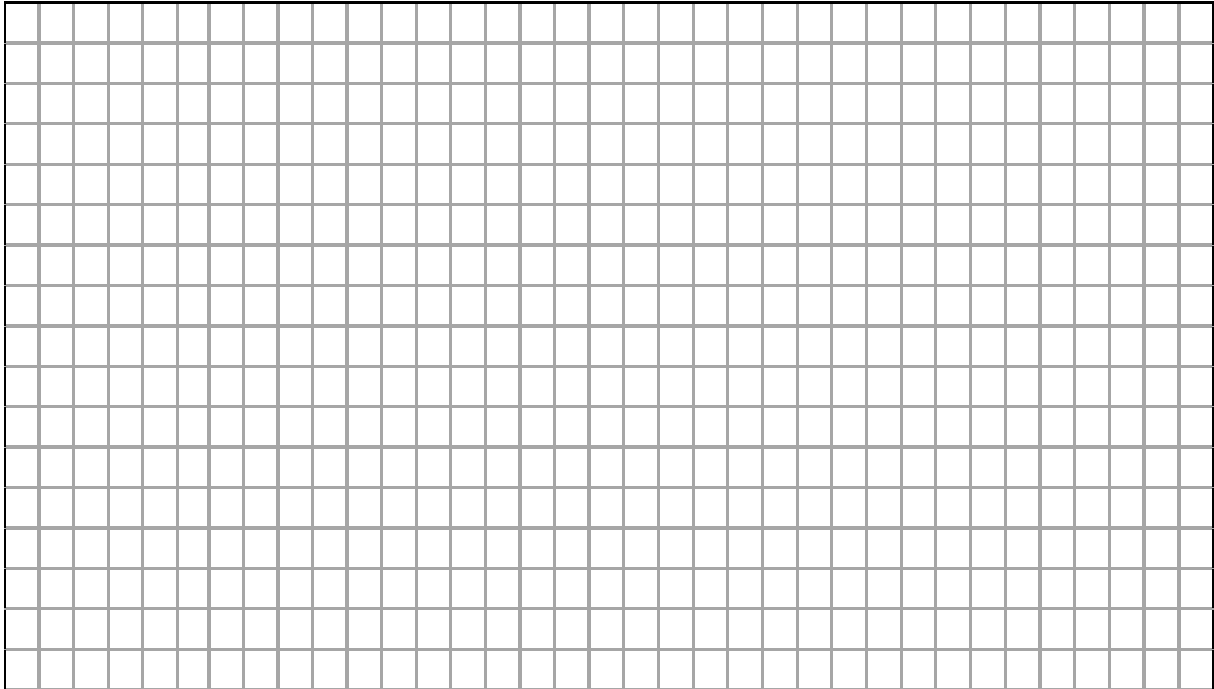




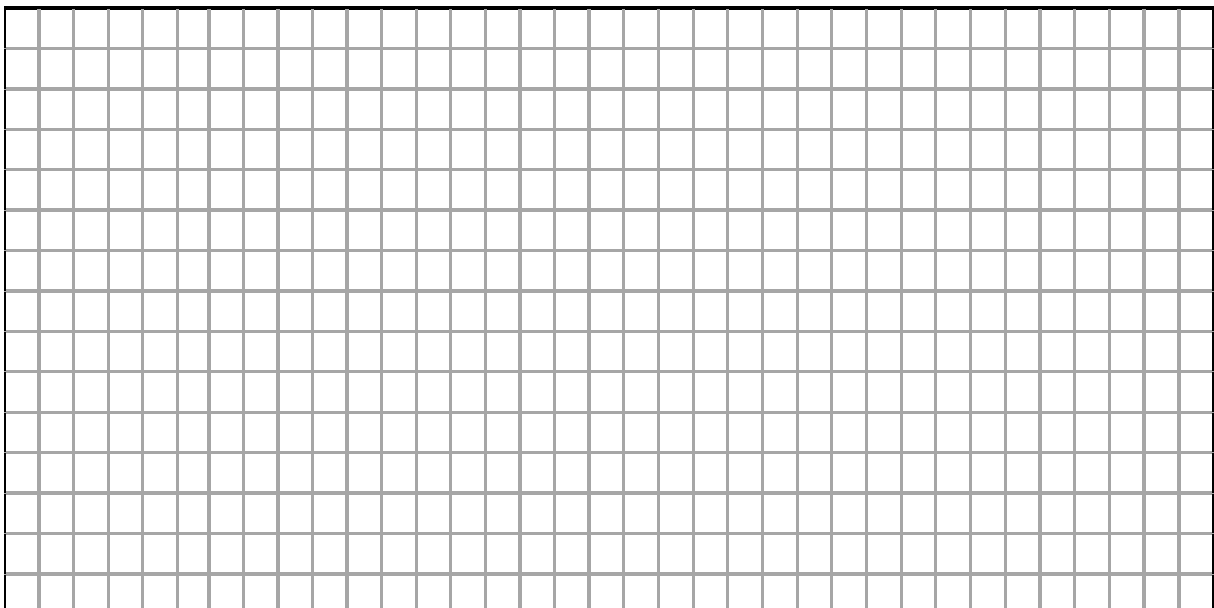
Pythagoras

Aufgabe 1: Pythagoras entdecken

- 1.10 Übertragt diese Gleichung auf eure Situation mit dem Kleiderschrank. Berechnet die relevante Größe für eure Situation mit dem Kleiderschrank. Notiert, ob es möglich ist, ihn in Luanas Zimmer aufzustellen?



- 1.11 Berechnet, wie hoch der Schrank höchstens sein darf, damit man ihn in Luanas Zimmer aufstellen kann. Überprüft anschließend mithilfe der **Simulation 1**, ob ihr den Schrank mit dieser Höhe aufstellen könnt. Notiert eure Erkenntnisse aus der Überprüfung.





Pythagoras

Aufgabe 1: Pythagoras entdecken

1.12 Begründet, weshalb ihr in dieser Situation diese Gleichung anwenden dürft.

Gruppenergebnis

Fasst hier eure Ergebnisse aus den Aufgaben 1.1 bis 1.12 zusammen
Formuliert in euren eigenen Worten, was die Gleichung
 $a^2 + b^2 = c^2$ geometrisch aussagt.





Pythagoras

Aufgabe 2: Prinzip der Ergänzungsgleichheit

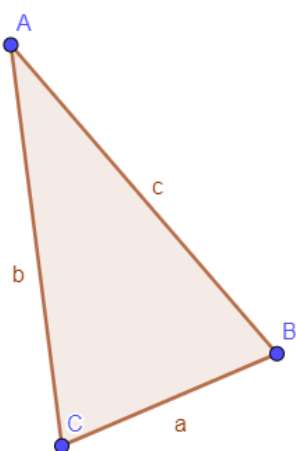
In Aufgabe 1 habt ihr euch einen sehr wichtigen Satz der Mathematik erarbeitet, der in zahlreichen Alltagssituationen zur Berechnung verschiedener Größen benötigt wird, wie beispielsweise in Luanas Zimmer. Diesen Satz nennt man **Satz des Pythagoras**.

Der **Satz des Pythagoras** stellt in einem rechtwinkligen Dreieck eine Beziehung zwischen den drei Seiten a , b und c her. c ist dabei die Seite gegenüber des rechten Winkels und wird Hypotenuse genannt. Die Seiten a und b bezeichnet man als Katheten. Es gilt die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$.

Der **Satz des Pythagoras** sagt aus, dass in jedem rechtwinkligen Dreieck die beiden Quadrate über den Katheten zusammen denselben Flächeninhalt, wie das Quadrat über der Hypotenuse haben.

Luana und ihre Freunde sind neugierig geworden und suchen in ihrem Zimmer nach weiteren Gegenständen, bei denen der Satz des Pythagoras angewendet werden kann.

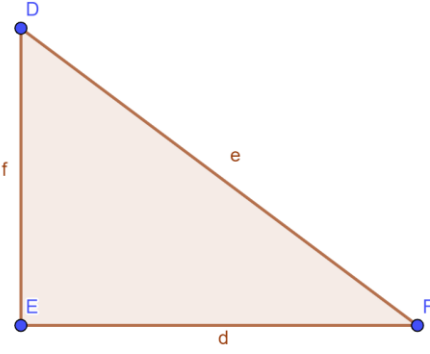
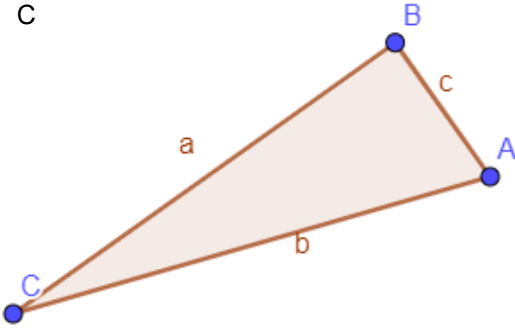
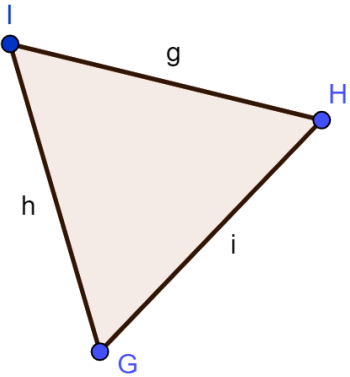
- 2.1 Kreuzt für jede Figur an, ob der Satz des Pythagoras hier direkt angewendet werden kann oder nicht, und begründet eure Entscheidung.

Figur	Kann der Satz des Pythagoras auf die Figur angewendet werden?		Begründung
	Ja	Nein	
A 			



Pythagoras

Aufgabe 2: Prinzip der Ergänzungsgleichheit

B 			
C 			
D 			



Aufgabe 2: Prinzip der Ergänzungsgleichheit

2.2 Öffnet Learning App 1.



Schritt 1: Hier könnt ihr die Figuren aus Aufgabe 2.1 sehen, bei denen man den Satz des Pythagoras direkt anwenden kann. Tragt in die erste Spalte der Tabelle den Buchstaben dieser Figuren (siehe Aufgabe 2.1) ein.

Schritt 2: Tragt die gegebenen Seitenlängen in die zweite Spalte der Tabelle ein und benennt diese jeweils passend mit Hypotenuse und Kathete.

Schritt 3: Tragt die gesuchte Größe in die dritte Spalte der Tabelle ein und benennt diese jeweils passend mit Hypotenuse oder Kathete.

Schritt 4: Berechnet die jeweils gesuchte Größe mithilfe der Formel $a^2 + b^2 = c^2$. Notiert eure Berechnung in der vierten Spalte.

Schritt 5: Kontrolliert euren berechneten Wert mithilfe der Learning App.

Figur, die zur Anwendung des Satz des Pythagoras geeignet ist.	Gegeben	Gesucht	Berechnung

Luana ist noch skeptisch und fragt sich, ob der Satz des Pythagoras auch wirklich für jedes beliebige rechtwinklige Dreieck gilt. Daher fragt sie noch einmal ihre Lehrerin. Diese erklärt ihr, dass schon viele Menschen auf unterschiedlichen Wegen beweisen konnten, dass der Satz für alle rechtwinkligen Dreiecke gilt. Sie möchte mit euch einen dieser Beweise führen – den „Altindischen Ergänzungsbeweis“.



Pythagoras

Aufgabe 2: Prinzip der Ergänzungsgleichheit

Dieser Beweis nutzt das **Prinzip der Ergänzungsgleichheit**.

Um diesen Beweis nachvollziehen zu können, müssen wir daher zuerst klären, was Ergänzungsgleichheit überhaupt bedeutet.

2.3 Öffnet dazu **Simulation 4**.

In der Simulation seht ihr zwei Ausgangsfiguren.

Ergänzt die Lücken im folgenden Text mit den vorgegebenen Wörtern, um die Simulation zu beschreiben und allgemein auf das Prinzip der Ergänzungsgleichheit zu übertragen.

Begriffe für den Lückentext:

ergänzungsgleich

kongruenten (=deckungsgleichen)

grünes

12cm²

Flächeninhalt

denselben

blaues

In der Simulation wurde zu Ausgangsfigur 1 und zu Ausgangsfigur 2 jeweils ein _____ und ein _____ Dreieck ergänzt.

Vieleck 1 und Vieleck 2 haben beide _____ Flächeninhalt. Dieser beträgt _____.

Nach dem Prinzip der Ergänzungsgleichheit gilt: Zwei Figuren sind _____, wenn durch das Ergänzen von _____ Figuren dieselbe Figur entsteht. Zwei ergänzungsgleiche Figuren haben denselben _____.





Pythagoras

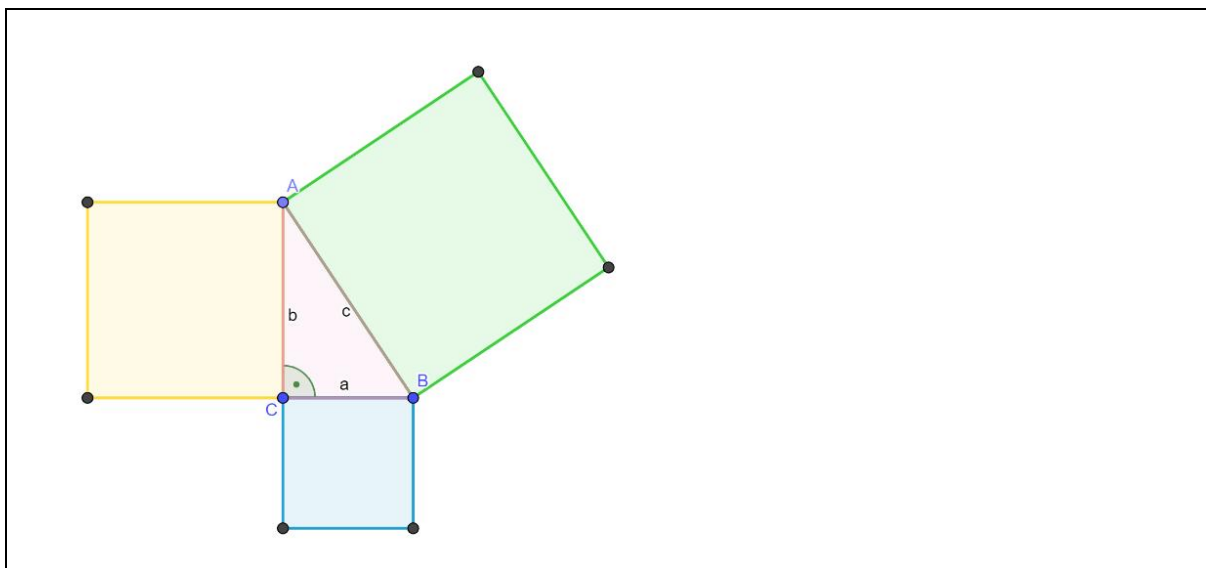
Aufgabe 2: Prinzip der Ergänzungsgleichheit

- 2.4 Begründet, ob die Figuren ergänzungsgleich sind. Füllt dazu die Lücken aus. Falls die Figuren ergänzungsgleich sind, zeichnet die Figuren ein, die zur Ergänzung genutzt werden können.



Figur A	Figur B	Figur C	Figur D
Figur ___ und ___ sind ergänzungsgleich, weil _____ _____ Figur ___ und ___ sind nicht ergänzungsgleich, weil _____ _____			

- 2.5 Betrachtet nun noch einmal die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$. Nennt die Figuren beim Satz des Pythagoras, von denen gezeigt werden soll, dass sie ergänzungsgleich sind.





Pythagoras

Aufgabe 2: Prinzip der Ergänzungsgleichheit

Gruppenergebnis

Fasst hier eure Ergebnisse aus den Aufgaben 2.1 bis 2.5 zusammen.

Erklärt, weshalb das Prinzip der Ergänzungsgleichheit für den Beweis des Satz des Pythagoras verwendet werden kann.





Pythagoras

Aufgabe 3: Altindischer Ergänzungsbeweis

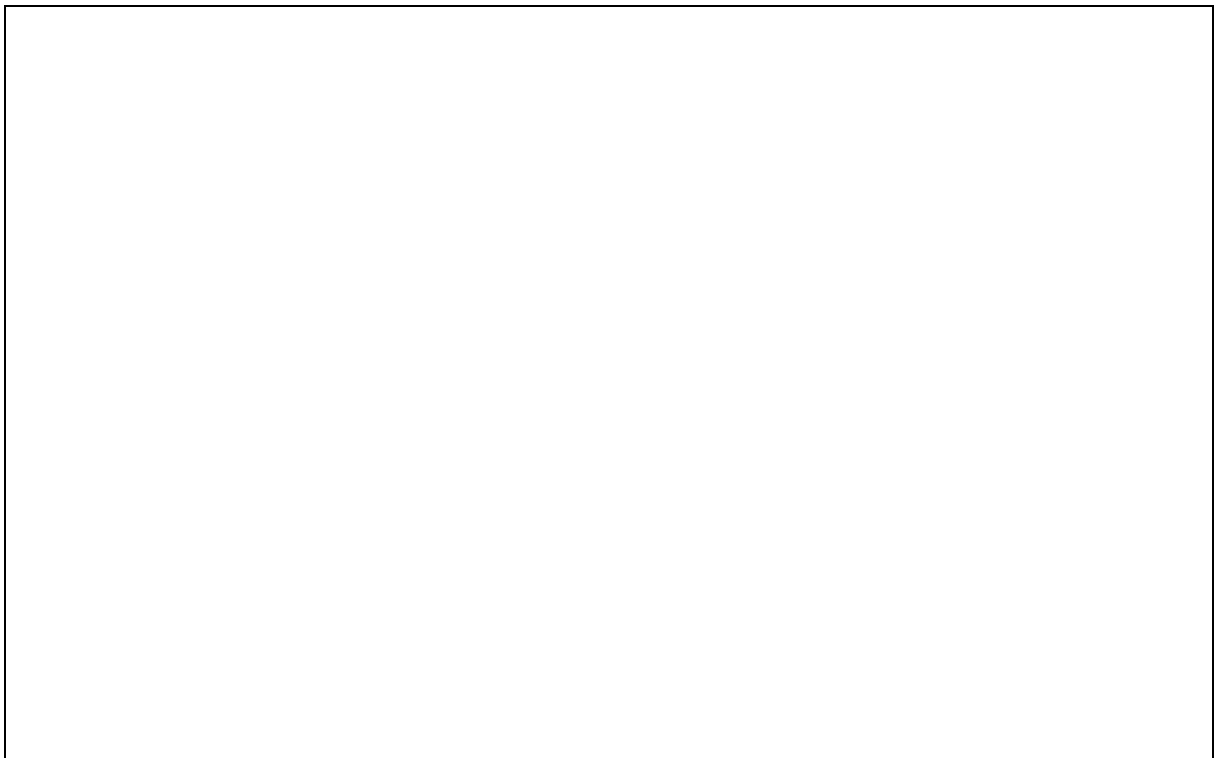
Nun seid ihr bereit, um den altindischen Ergänzungsbeweis, auch Puzzlebeweis genannt, durchzuführen. Dazu benötigt ihr das folgende Material.

Material

- 1 blaues Hypotenusenquadrat
- 1 grünes Kathetenquadrat
- 1 rotes Kathetenquadrat
- 4 rechtwinklige Dreiecke
- 1 weißes Quadrat

Hier bitte ein Foto der Materialien einfügen!

- 3.1 Legt mit den vier rechtwinkligen Dreiecken und dem blauen Hypotenusenquadrat das weiße Quadrat aus. Skizziert euer Ergebnis mit Bleistift in das Arbeitsheft.

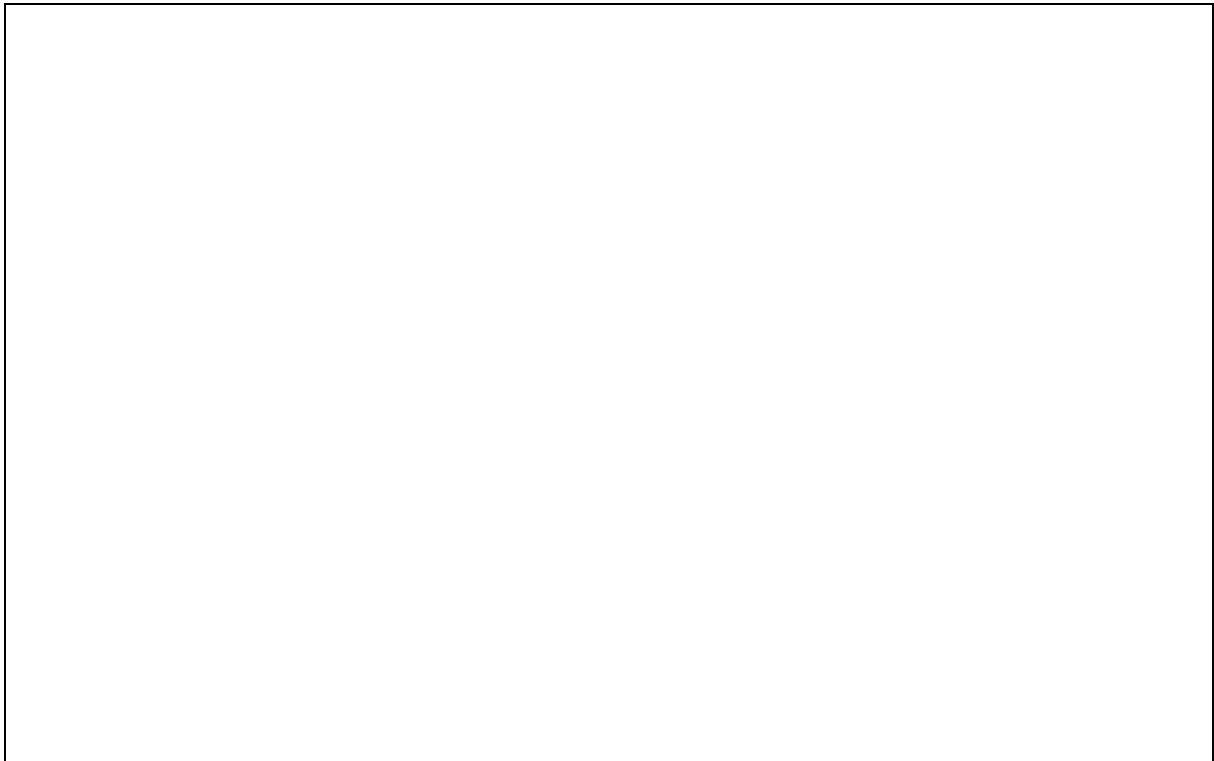




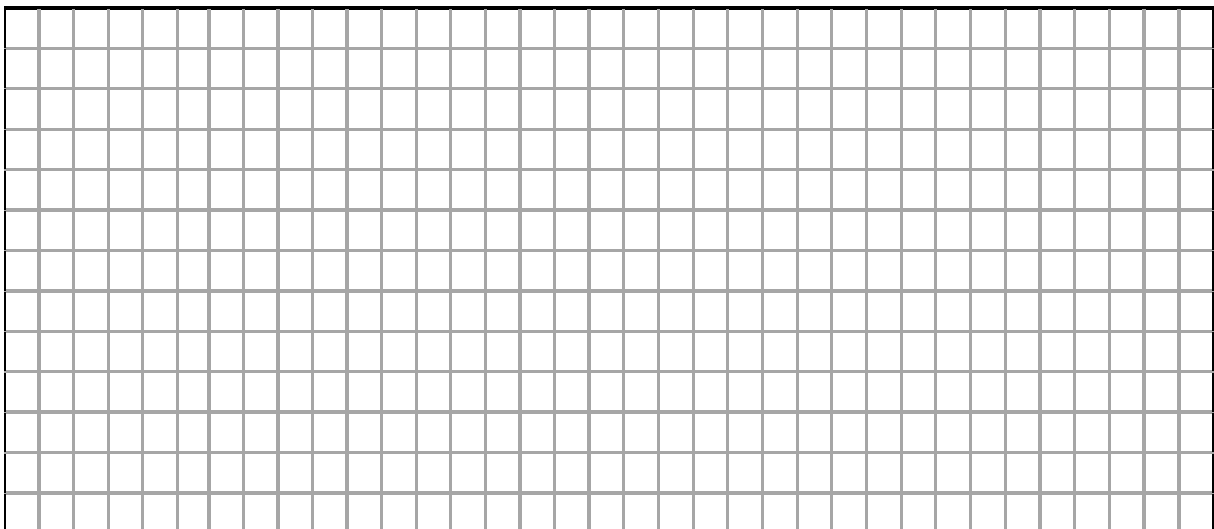
Pythagoras

Aufgabe 3: Altindischer Ergänzungsbeweis

- 3.2 Legt mit den vier rechtwinkligen Dreiecken und dem grünen sowie dem orangen Kathetenquadrat das weiße Quadrat aus. Skizziert euer Ergebnis mit Bleistift in das Arbeitsheft.



- 3.3 Zeigt rechnerisch in Form einer Gleichung, dass die weißen Quadrate, die in Aufgabe 3.1 und 3.2 auf verschiedene Arten ausgelegt wurden, den gleichen Flächeninhalt haben. Nutzt dazu die Flächeninhalte der Dreiecke und Quadrate.





Pythagoras

Aufgabe 3: Altindischer Ergänzungsbeweis

- 3.4 Erläutert kurz die Beweisidee (=das grundlegende Prinzip des Vorgehens) des altindischen Ergänzungsbeweises. Geht dabei besonders auf die Rolle der Ergänzungsgleichheit ein.

- 3.5 Notiert euch in Stichpunkten mindestens je einen Vor- und einen Nachteil des Beweises.



Pythagoras

Aufgabe 3: Altindischer Ergänzungsbeweis

Gruppenergebnis

Fasst in euren eigenen Worten zusammen, wofür der Satz des Pythagoras genutzt werden kann.

Beschreibt danach eine Situation aus dem Alltag, bei der ihr den Satz des Pythagoras anwenden könnt.



Mathematik-Labor „Mathe-ist-mehr“
RPTU Kaiserslautern-Landau
Institut für Mathematik
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7
76829 Landau

<https://mathe-labor.de>

Zusammengestellt von:

[Klicken Sie hier, um Text einzugeben.](#)

Betreut von:

[Klicken Sie hier, um Text einzugeben.](#)

Variante [Wählen Sie ein Element aus.](#)

Veröffentlicht am:

XX.XX.20XX