Station „Pythagoras“ Teil 2

Team Garfield

Arbeitsheft

Teilnehmercode

Schule

Klasse

Tischnummer

Mathematik-Labor
"Mathe ist mehr"

Mathematik-Labor

Pythagoras

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Möglicherweise denkt ihr bei dem Teamnamen Garfield an einen berühmt berüchtigten Kater, aber dieser ist hier nicht gemeint. James A. Garfield, der von 1831 bis 1881 lebte, war der 20. Präsident der Vereinigten Staaten von Amerika.

Ihr fragt euch nun bestimmt, was ein Präsident der Vereinigten Staaten von Amerika mit dem Satz des Pythagoras zu tun haben soll.
Ganz einfach, angeblich soll Garfield in der Pause einer Senatssitzung einen Beweis für den Satz des Pythagoras geführt haben.
Auf den Spuren von Garfield werdet ihr euch also in diesem Heft mit seinem Beweis vertraut machen.

Wichtiger Hinweis:
In diesem Stationsteil arbeitet ihr primär in Partnerarbeit. Die Zuordnung zu den Teams findet ihr auf der Titelseite des Hefts.

Wichtig: Bearbeitet bitte alle Aufgaben der Reihe nach!

Zu dieser Aufgabe gibt es Hilfen im Hilfeheft.

Diskutiert hier eure wichtigsten Ergebnisse und fasst sie zusammen.

Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video.

Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch.

Wir wünschen Euch viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Das Mathematik-Labor-Team

Pythagoras

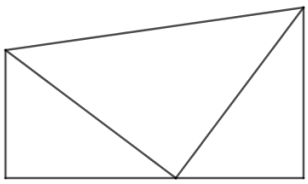
Aufgabe 1: Garfields Idee

Luana und ihre Freunde haben sich bereits mit dem Ergänzungsbeweis beschäftigt, um zu zeigen, dass der Satz des Pythagoras für alle rechtwinkligen Dreiecke gilt. Aber einer der Freunde ist immernoch nicht davon überzeugt, dass es für alle rechtwinkligen Dreiecke gilt. Daher wollen wir noch einen anderen Beweis finden, um auch ihn davon zu überzeugen.
Bevor ihr euch mit dem Beweis nach Garfield beschäftigen werdet, ist es an der Zeit nochmal in Erinnerung zu rufen, was der Satz des Pythagoras eigentlich aussagt:

1.1 Notiert hier zur Wiederholung nochmal die Aussage des Satz des Pythagoras, die ihr euch beim Aufstellen des Schranks erarbeitet habt und zeichnet eine Skizze der geometrischen Darstellung der Aussage.

Aussage:	Skizze:

Nachdem ihr euch bereits einen Beweis angeschaut habt, der die Aussage des Satz des Pythagoras belegt, werdet ihr euch jetzt mit Garfields Beweis auseinandersetzen. Garfield geht den Beweis etwas anders an. Er startet mit dieser Figur:

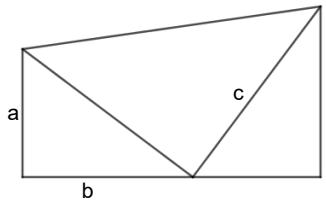


Aufgabe 1: Garfields Idee

1.2 Gebt an, ob euch diese Figur im Zusammenhang mit dem Satz des Pythagoras bekannt vorkommt und beschreibt, wie sich diese Figur aus der euch bekannten Figur ergibt.

1.3 Überprüft eure Antwort aus Aufgabenteil 1.2 mithilfe der Simulation **5**.

1.4 Vervollständigt die Beschriftung der Skizze mit den euch bekannten Seitenlängen und Winkeln.



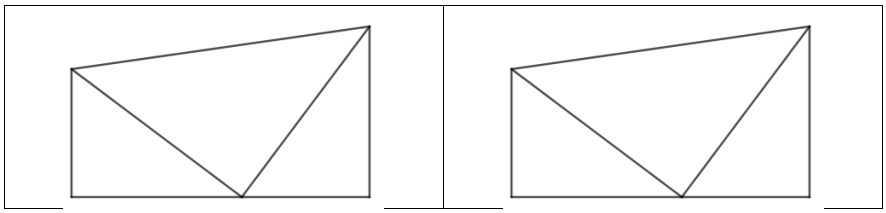
Garfields Idee bestand darin, die Gesamtfläche der Figur auf zwei unterschiedliche Wege zu bestimmen. Dazu betrachtete er die Figur auf zwei verschiedene Weisen.

1.5 Gebt zwei Möglichkeiten an, wie die Figur in geometrische Flächen eingeteilt werden kann, und zeichnet diese in die Skizze farbig ein.

Möglichkeit 1:	Möglichkeit 2:

Pythagoras

Aufgabe 1: Garfields Idee



1.6 Überprüft mithilfe der **Simulation 5**, ob ihr die zwei gleichen Flächeneinteilungen gewählt habt wie Garfield.

Kommentiert [HO1]: https://r
labor.de/stationen/pythagoras-202

1.7 Berechnet den Flächeninhalt für die erste Einteilung der Figur nach Garfield. Notiert dazu erst die allgemeine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts der Figur und wendet sie dann auf die Figur an.

Flächeninhalt Trapez:	

1.8 Berechnet den Flächeninhalt für die zweite Einteilung der Figur nach Garfield. Notiert auch hier zuerst die allgemeine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts und wendet sie dann auf die Figur an.

Flächeninhalt Dreieck 1:	
Flächeninhalt Dreieck 2:	
Flächeninhalt Dreieck 3:	
Flächeninhalt gesamt:	

Pythagoras

Aufgabe 1: Garfields Idee

Garfield setzte die zwei berechneten Flächeninhalte gleich und versuchte damit, die Aussage Satz des Pythagoras zu erhalten.

1.9 Begründet, warum man die Flächeninhalte gleichsetzen kann.

1.10 Setzt die Flächeninhalte nun selbst gleich und formt die Gleichung mithilfe von Äquivalenzumformungen so um, dass ihr die Aussage des Satz des Pythagoras erhaltet.
Tipp: Kontrolliert eure Terme für die Flächeninhaltsberechnungen aus den vorhergehenden Aufgaben im Hilfeheft.

Pythagoras

Aufgabe 1: Garfields Idee

Gruppenergebnis

Fasst hier eure Ergebnisse aus den Aufgaben 1.1 bis 1.10 zusammen.

Erläutert kurz die Beweisidee (=das grundlegende Prinzip des Vorgehens) des Beweises nach Garfield.

Notiert euch in Stichpunkten mindestens je einen Vor- und einen Nachteil des Beweises.

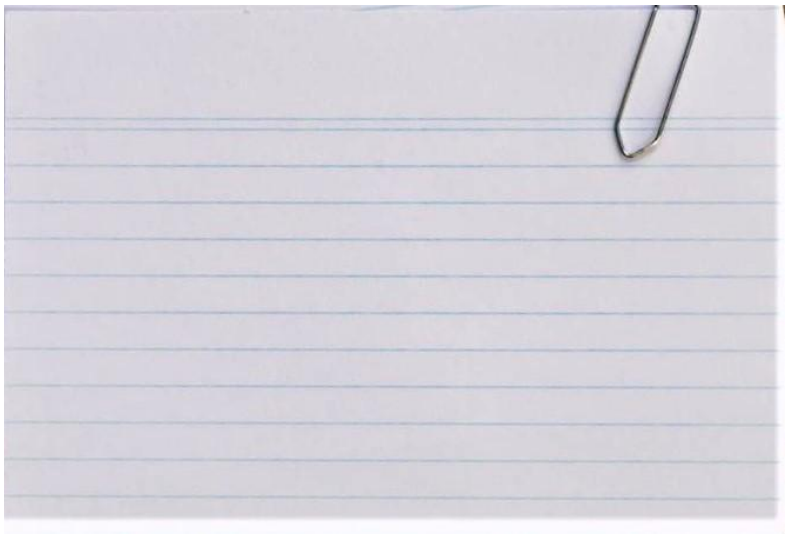
Vorteil:

Nachteil:

Aufgabe 2: Expertenaustausch

Ihr seid nun Experten für den Beweis nach Garfield. Eure Partnergruppe hat in der Zwischenzeit einen weiteren Beweis erarbeitet. Bevor es in den Austausch geht, bereitet euch nochmal in der Gruppe vor:

2.1 Erarbeitet gemeinsam eine Präsentation, in der ihr kurz den Beweis nach Garfield vorstellt. Notiert euch auf der Karteikarte die wichtigsten Stichpunkte:



Geht nun in den **Austausch** mit eurer Partnergruppe. Dazu wechselt die Hälfte eurer Gruppe an den Tisch der Partnergruppe. Nehmt eure Hefte und euer Mäppchen mit an den neuen Tisch. Benötigt eure Partnergruppe noch Zeit, arbeitet auf Seite 11 weiter.
Bearbeitet nun die folgenden Aufgaben in der neu zusammengesetzten Gruppe:

2.2 Beschreibt dem anderen Expertenteam die Ausgangsfigur für euren Beweis **nur mit Worten (ohne die Karteikarte)**.

2.3 Überprüft nun deren Skizze und erklärt ihnen, was verbessert werden muss, falls die Skizze nicht korrekt ist.

Aufgabe 2: Expertenaustausch

2.4 Stellt euren Beweis dem anderen Team nun vor und beantwortet anschließend deren Fragen. Ihr könnt beim Vortragen eure Karteikarte verwenden.

2.5 Erstellt anhand der Beschreibung eures Partnerteams eine Skizze der Ausgangsfigur des neuen Beweises.

2.6 Zeigt eure Skizze eurem Partnerteam zur Überprüfung und korrigiert gegebenenfalls eure Fehler.

2.7 Hört euch die Präsentation eurer Partnergruppe an und notiert hier Fragen, die bei euch während der Präsentation auftreten. Stellt eure Fragen am Ende der Präsentation.

Aufgabe 2: Expertenaustausch

2.8 Fasst nun in euren eigenen Worten den Beweis „Stuhl der Braut“ zusammen.

Bearbeitet die Aufgaben 2.9 und 2.10 in der Vierergruppe.
Ihr habt bisher drei verschiedene Beweise kennengelernt.

2.9 Formuliert gemeinsam Kriterien, was einen Beweis zu einem guten Beweis macht.

Aufgabe 2: Expertenaustausch

2.10 Vergleicht die drei Beweise zum Satz des Pythagoras miteinander, indem ihr die folgende Tabelle vervollständigt.

	Ergänzungsbeweis (aus Teil 1)	Beweis nach Garfield	Beweis „Stuhl der Braut“
Art des Beweises			
Geometrische Figur			
Beweisidee			
Inwiefern ist die Aussage des Satz des Pythagoras erkennbar			
Ähnlichkeiten zu anderen Beweisen			
Unterschiede zu anderen Beweisen			

Beweisarten und -methoden:

1) **Arithmetischer Beweis**: Es werden Gleichungen (evtl. auf der Basis einer Figur) aufgestellt, die nach mathematischen Gesetzen umformt werden.
2) **Kongruenzbeweis**: Im Beweis wird die Kongruenz verschiedener Figuren verwendet.
3) **Prinzip der Zerlegungsgleichheit**: Zwei Figuren können in die identischen Teilfiguren zerlegt werden.
4) **Prinzip der Ergänzungsgleichheit**: Zwei Figuren können mit den identischen Teilfiguren so ergänzt werden, dass die ergänzten Figuren gleich sind.

Pythagoras

Aufgabe 2: Expertenaustausch

Gruppenergebnis

Fasst hier eure Ergebnisse aus den Aufgaben 2.1 bis 2.10 zusammen.

Entscheidet, welchen der drei Beweise ihr am besten findet. Ihr könnt euch innerhalb der Gruppe für verschiedene Beweise entscheiden. Formuliert eine Begründung und nutzt dabei auch eure Kriterien für einen guten Beweis. Tauscht euch dann aus, falls ihr verschiedene Beweise gewählt habt.

Wechselt nun wieder in eure Ausgangsgruppen.

Aufgabe 3: Von der Theorie zur Praxis

Nachdem ihr verschiedene Wege kennengelernt habt, um den Satz des Pythagoras zu beweisen und Luana beim Schrankkauf unterstützen konntet, seid ihr nun neugierig geworden, in welchen Situationen ihr den Satz noch anwenden könnt.

Bevor es losgeht, gibt euch eure Lehrerin noch ein paar Tipps:

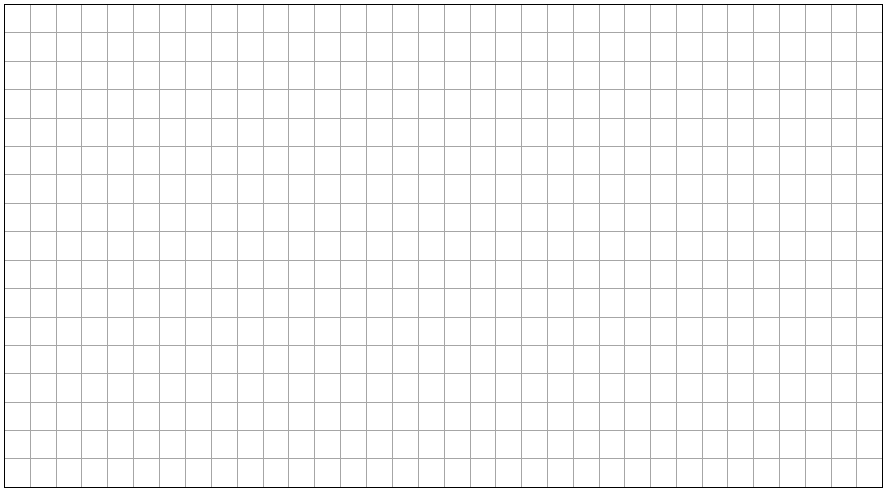
1) Notiert euch immer zuerst, was gesucht und was gegeben ist.

2) Fertigt eine Skizze an. Sie kann dabei helfen, die Situation besser zu verstehen.

3) Schreibt am Ende einen Antwortsatz, damit ihr darüber nachdenkt, ob euer Ergebnis sinnvoll sein kann.

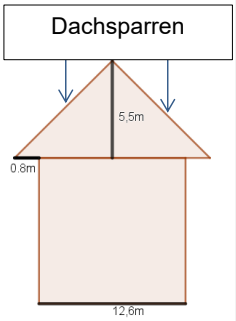
3.1 Lest euch die folgende Situation durch. Überprüft die Behauptung von Luanas Freund rechnerisch. Wendet dazu die drei Tipps eurer Lehrerin an.

Luana geht auf ihrem Weg zur Schule durch einen Park, dessen Wege rechtwinklig und parallel angelegt sind. Sie geht immer 108m nach Süden und danach 45m nach Osten, bis sie von ihrer Wohnung zur Schule kommt. Da Luana immer etwas zu spät kommt, empfiehlt ihr ihr Freund, quer durch den Park zu laufen, da sie so 36m sparen würde.

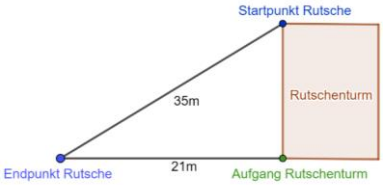


Aufgabe 3: Von der Theorie zur Praxis

3.2 Luanas Nachbarn möchten das Dach ihres Hauses erneuern. Das Haus ist 12,60m breit und das Dach ist 5,50m hoch. Der Überstand links und rechts beträgt 0,80m. Die Firma muss neue Dachspaaren bestellen. Berechnet die Länge der Dachsparren.



3.3 Luana geht in ihrer Freizeit gerne ins Schwimmbad. Ihre Lieblingsrutsche ist 35m lang. Sie möchte wissen, wie hoch sie am Startpunkt der Rutsche steht. Dazu hat sie den Weg vom Endpunkt der Rutsche bis zum Aufgang zum Rutschenturm abgemessen. Dieser beträgt 21m. Berechnet die Höhe des Rutschenturms.



Mathematik-Labor „Mathe-ist-mehr“
RPTU Kaiserslautern-Landau
Institut für Mathematik
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7
76829 Landau

https://mathe-labor.de

Zusammengestellt von:
Lina Altvater, Katja Burckgard

Betreut von:
Henrik Ossadnik

Variante A

Veröffentlicht am:
XX.XX.2023