



Station
„USA – ein Land der
unbegrenzten
Möglichkeiten“
Teil 1

Arbeitsheft

Schule

Klasse

Tischnummer

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Teilnehmercode



Mathematik-Labor
"Mathe ist mehr"



Mathematik-Labor

USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Liebe Schülerinnen und Schüler!

In Ihrem bisherigen Schulverlauf haben Sie sich bereits häufig mit Funktionen beschäftigt und ein solides Wissen zu diesem Thema aufgebaut. Zentrale Begriffe wie Gerade, Parabel, Funktionsvorschrift, Ableitung und viele weitere spielten dabei eine große Rolle.

Im Rahmen dieser Station werden Sie sich auf eine ganz neue Art und Weise mit Graphen beschäftigen. Dies erfolgt, indem Sie zwei Landvermesser, Liam und Noah, bei ihrer Arbeit begleiten.

Im 1. Teil der Station werden Sie herausfinden, in wie fern die Landvermesser schon damals von den Errungenschaften der Mathematik profitierten und wie sie sich diese in ihrem Beruf zu Nutze machen konnten.

Wichtig: Bearbeiten Sie bitte alle Aufgaben der Reihe nach!



Zu dieser Aufgabe gibt es Hilfen im Hilfeheft.



Diskutiert hier eure wichtigsten Ergebnisse und fasst sie zusammen.



Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video.



Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch.



Wir wünschen Ihnen viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Das Mathematik-Labor-Team



USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 1: Wer gewinnt die Wette?

Schon seit dem Altertum gibt es den Beruf des Landvermessers. Damals standen ihnen noch keine Satellitenbilder für ihre Vermessungen zur Verfügung. Um die Größe eines Landstückes abschätzen zu können, mussten sie sich mit einfachen geometrischen Formen behelfen.

Zur Bearbeitung von Aufgabe 1 steht Ihnen eine Landkarte der USA aus dem Jahre 1913 zur Verfügung. Die USA bestanden damals aus 48 Staaten (noch ohne Alaska und Hawaii).

Material 1

- Landkarte USA (DIN A2)
- Quadrate blau/ rot
- Legende





USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 1: Wer gewinnt die Wette?

1.1 Zwei Landvermesser wetten miteinander:

Landvermesser Liam meint:

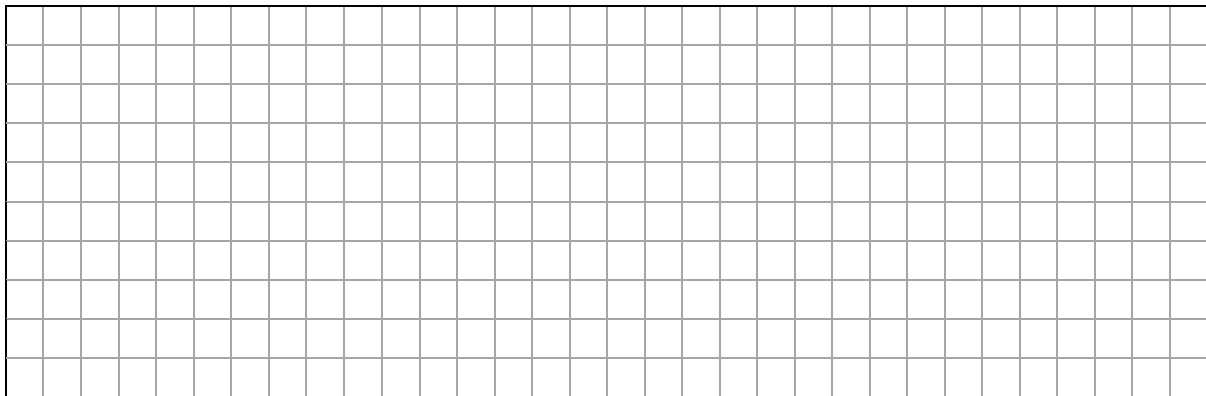
„Die Fläche der USA liegt zwischen 7 und 8 Millionen km^2 .“

Der Landvermesser Noah hingegen:

„Blödsinn! Sie liegt zwischen 8 und 9 Millionen km^2 .“

Wer liegt richtig?

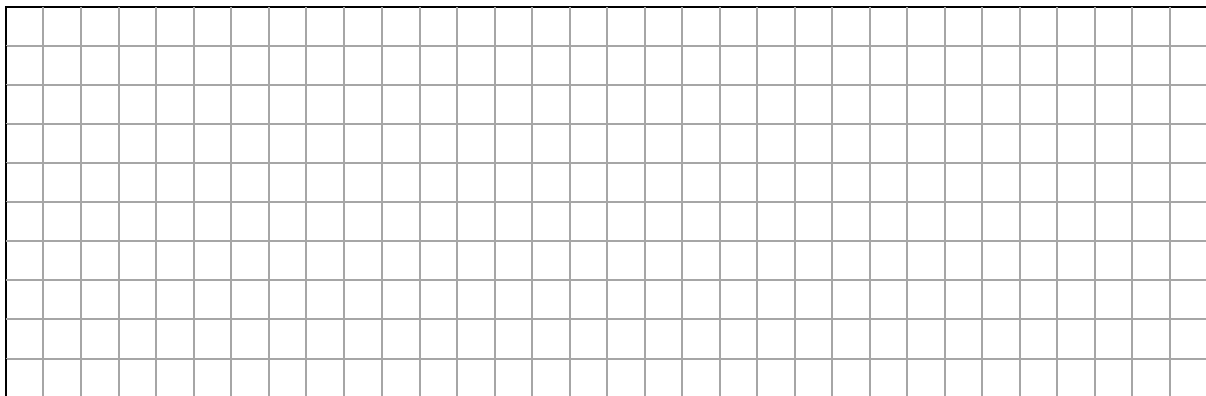
Tätigen Sie eine Aussage darüber, ob Liam oder Noah die Wette gewinnt. Verwenden Sie hierzu die blauen Quadrate.



1.2 Jetzt wollen wir es genauer wissen:

Können Sie die Fläche der USA von 1913 genauer bestimmen?

Neben den blauen Quadraten können Ihnen auch die roten Quadrate hilfreich sein.





USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 1: Wer gewinnt die Wette?

1.3 Welcher Landvermesser gewinnt die Wette?

- Landvermesser Liam
- Landvermesser Noah

1.4 Überlegen Sie gemeinsam:

Was müssten Sie tun, um die Fläche immer exakter eingrenzen zu können?
Notieren Sie Ihre Lösungsvorschläge.



USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 2: Idaho

Die beiden Landvermesser aus Aufgabe 1 haben sich nun vorgenommen ihre Heimat, den US-Bundesstaat Idaho, zu vermessen.

Im Gegensatz zum unregelmäßigen Grenzverlauf der USA, verlaufen drei der Grenzen Idahos nicht unregelmäßigen. Um eine möglichst exakte Messung der Fläche zu bekommen, bietet es sich deshalb an, die Fläche mit bekannten mathematischen Formen näherungsweise zu beschreiben.

2.1 In **Simulation 1** werden verschiedene Funktionen dargestellt.

Mit welcher Funktion lässt sich die unregelmäßig verlaufende (nord-östliche) Grenze von Idaho näherungsweise ausdrücken? Schreiben Sie Ihre Lösung in den Kasten.

Bemerkung: Beachten Sie dabei, dass möglichst wenig Fläche über den Funktionsgraphen hinausragt.





USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 2: Idaho

- 2.2 Bestimmen Sie nun näherungsweise den Flächeninhalt von Idaho in km^2 . Schauen Sie sich hierzu **Simulation 2** an. Füllen Sie die Flächen von Idaho mit den Rechtecken so aus, dass diese **nicht** über die (nord-östliche) Grenze hinausragen. Den westlichen „Landzipfel“ können Sie ignorieren.

Die Summe der Rechtecke unterhalb des Graphen nennt man **Untersumme**.

Bemerkung: Die Breite der Rechtecke beträgt 1cm. Runden Sie immer auf die zweite Nachkommastelle.





USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 2: Idaho

- 2.3 Berechnen Sie nun mithilfe von **Simulation 2** erneut den Flächeninhalt von Idaho in km^2 . Füllen Sie die Fläche von Idaho mit den Rechtecken so aus, dass diese über die Grenzen hinausragen.

Die Summe der Rechtecke die über den Graphen hinausgehen, nennt man **Obersumme**.

Bemerkung: Die Breite der Rechtecke beträgt 1cm. Runden Sie immer auf die zweite Nachkommastelle ab oder auf.



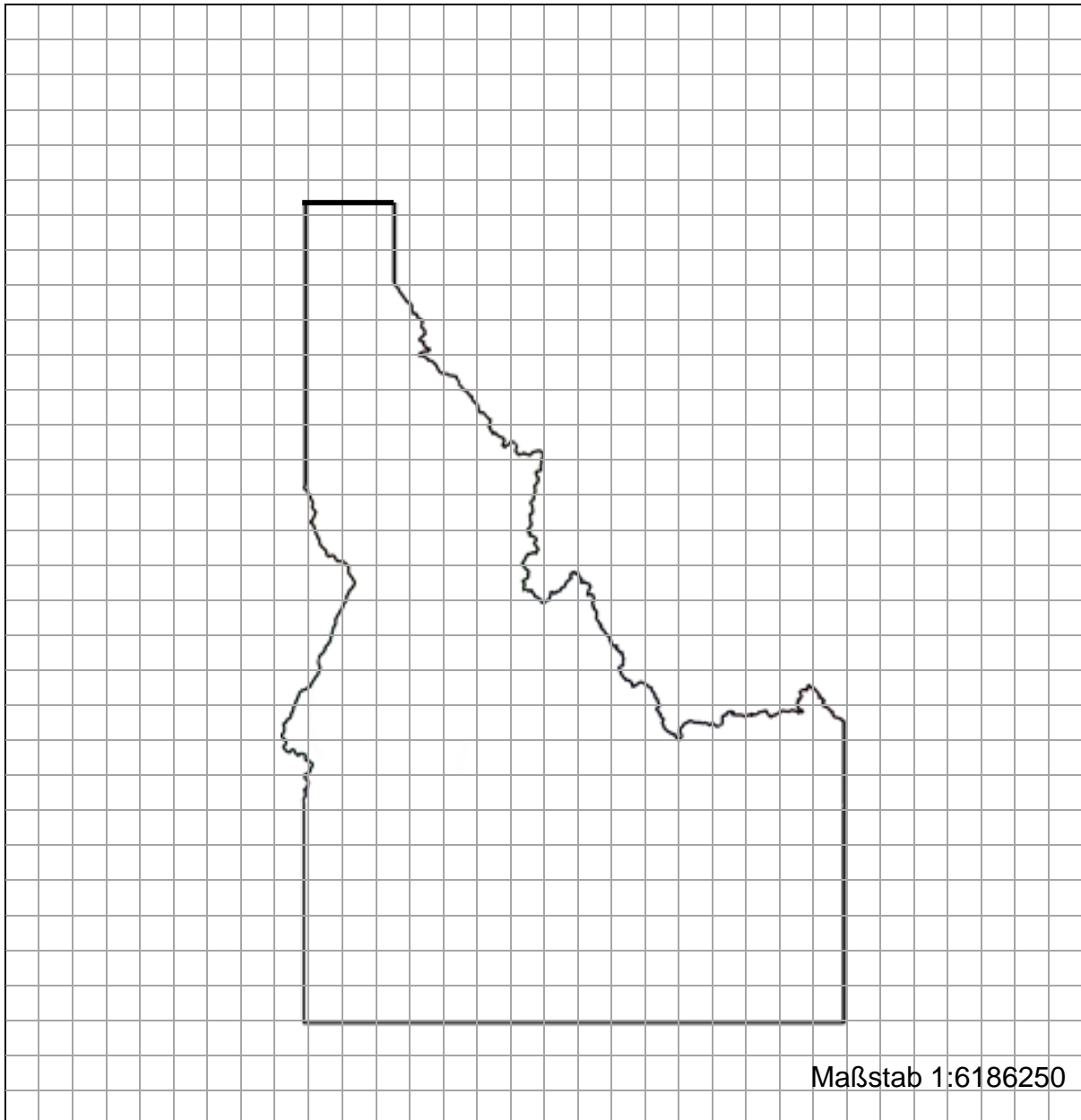


USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 2: Idaho

- 2.4 Skizzieren Sie nun die Untersumme und die Obersumme mithilfe der **Simulation 2** aus Aufgabe 2.2 und 2.3 in ein Koordinatensystem ein.

Bemerkung: Verwenden Sie verschiedene Farben für die Untersumme und die Obersumme, dadurch wird Ihre Skizze übersichtlicher.





USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 2: Idaho

- 2.5 Diskutieren Sie in Ihrer Gruppe, wie man das Verfahren von Unter- und Obersumme optimieren könnte, damit die Fläche von Idaho noch genauer bestimmt werden kann. Halten Sie Ihre Ideen fest.

- 2.6 Stellen Sie nun mit der Optimierung aus Aufgabe 2.5 eine Vermutung auf, wie sich Ober- und Untersumme in Bezug auf den Flächeninhalt von Idaho verhalten.

Die Obersumme...
Die Untersumme....





USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

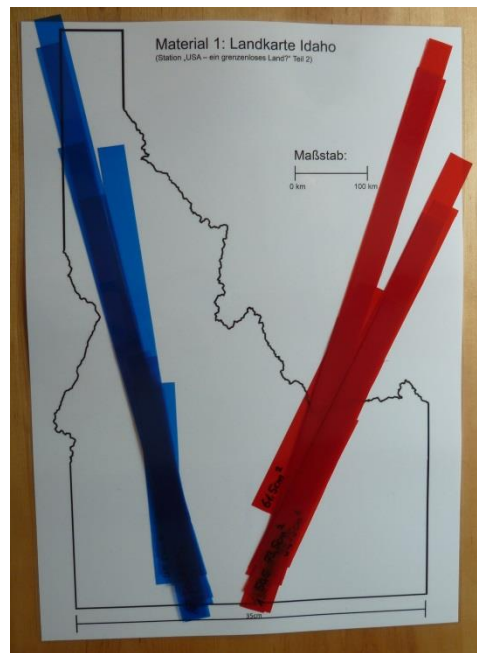
Aufgabe 3: Geht es noch genauer?

In Aufgabe 2 haben Sie den Flächeninhalt von Idaho schon näherungsweise bestimmt. Da dieser noch nicht dem exakten Flächeninhalt des Bundesstaates entspricht sind die beiden Landvermesser mit ihrer Arbeit noch nicht zufrieden. Sie wollen es noch genauer wissen.

Deshalb ist es das Ziel von Aufgabe 3 den Flächeninhalt von Idaho exakter zu berechnen.

Material 2

- Landkarte Idaho (A2)
- 20 blaue Streifen
- 20 rote Streifen



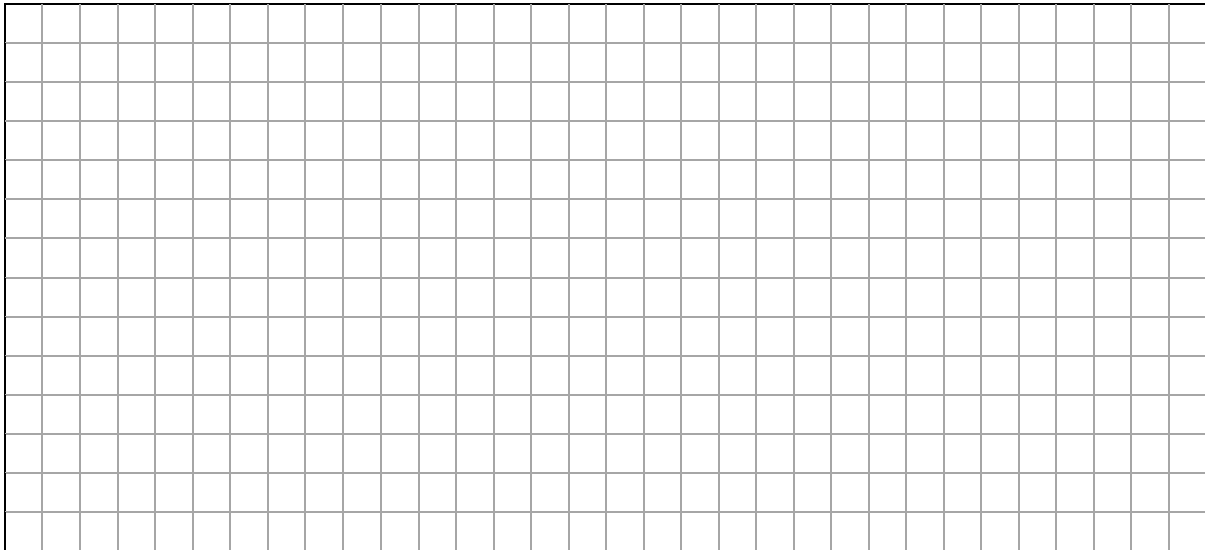


USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 3: Geht es noch genauer?

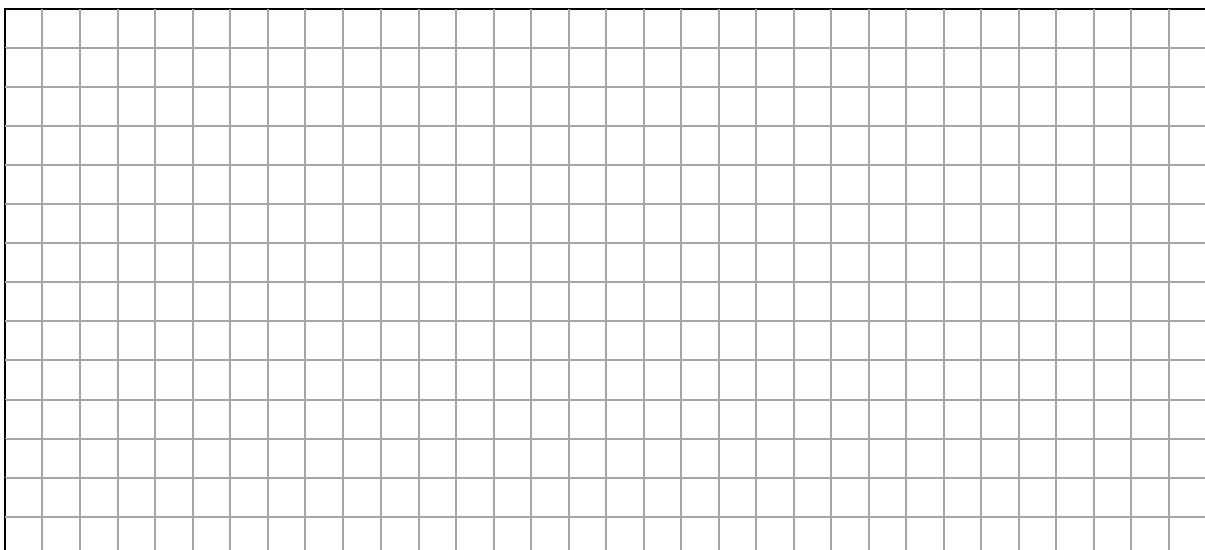
- 3.1 Legen Sie die Landkarte Idahos nun mit den blauen Streifen hochkant aus, sodass sie senkrecht zur südlichen Staatsgrenze liegen und an der nord-östlichen Grenze nicht über den Grenzverlauf hinausragen. Den westlichen „Landzipfel“ können Sie ignorieren.

Berechnen Sie den so entstandenen Flächeninhalt von Idaho in km^2 .



- 3.2 Legen Sie Idaho diesmal mit den roten Streifen hochkant aus, sodass sie zur südlichen Staatsgrenze senkrecht liegen und an der nord-östlichen Grenze darauf liegen oder darüber hinaus ragen.

Berechnen Sie den so entstandenen Flächeninhalt von Idaho in km^2 .





USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 3: Geht es noch genauer?

- 3.3 Öffnen Sie **Simulation 3** und geben Sie dort Ihre Funktion aus Aufgabe 2.1 in das Eingabefeld ein. Beschreiben Sie wie sich Ober- und Untersumme mit zunehmender Anzahl an Streifen verhalten. Stellen sie dabei einen Zusammenhang zwischen dem rechten und linken Grafikfenster her.

Bemerkung: Dabei stellt die Funktion eine idealisierte Nord-Ost-Grenze dar.





USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Aufgabe 3: Geht es noch genauer?



Gruppenergebnis

Fassen Sie Ihre Ergebnisse aus den bisherigen Aufgaben zusammen, indem Sie die Begriffe Obersumme und Untersumme in eigenen Worten beschreiben. Bewerten Sie dabei wie sich Ober- und Untersumme in Bezug auf den Flächeninhalt verhalten.

Die Obersumme...

Die Untersumme...

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!



USA – ein Land der unbegrenzten Möglichkeiten

Zusatzaufgabe

Um Ihr Ergebnis zu überprüfen, recherchieren Sie den exakten Flächeninhalt von Idaho im Internet.

Vergleichen Sie Ihren errechneten Flächeninhalt mit dem recherchierten Wert. Was fällt Ihnen auf? Begründen Sie.

Mathematik-Labor „Mathe-ist-mehr“
RPTU Kaiserslautern-Landau
Institut für Mathematik
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7
76829 Landau

<https://mathe-labor.de>

Zusammengestellt von:
Rike Daumen, Maike Erksmeyer, Nora Klotz

Betreut von:
Moritz Walz

Variante A

Veröffentlicht am:
17.03.2017