



Station
„Was ist gleich?“
Teil 3

Arbeitsheft

--	--	--	--	--	--	--	--

Teilnehmercode

--

Schule

--

Klasse

--

Tischnummer



Mathematik-Labor
"Mathe ist mehr"



Mathematik-Labor

Was ist gleich?



Mathematik-Labor

Was ist gleich?

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Ihr habt schon einige Umformungen mit dem Material und an der Waage durchgeführt. Im Folgenden werden wir dazu übergehen etwas systematischer umzuformen. Somit werdet ihr in der Lage sein, Gleichungen auch ohne die Waage zu lösen.

Wichtig: Bearbeitet bitte alle Aufgaben der Reihe nach!



Zu dieser Aufgabe gibt es Hilfen im Hilfeheft.



Diskutiert hier eure wichtigsten Ergebnisse und fasst sie zusammen.



Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video.



Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch.



Wir wünschen Euch viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Das Mathematik-Labor-Team



Mathematik-Labor

Was ist gleich?



Was ist gleich?

Aufgabe 1: Vereinfachen im Umschlag-Modell

Gruppenergebnis

Jemand sagt: „Wenn ich eine Gleichung oft genug vereinfache, dann komme ich irgendwann auf die Lösung!“

Was haltet ihr von dieser Aussage? Notiert eure Überlegungen und nutzt eure Erkenntnisse aus Aufgabe 1.1 bis 1.6!





Was ist gleich?

Aufgabe 4: Äquivalenz

4.1 Ihr habt folgende Umformung gegeben. Notiert den Rechenschritt an den Pfeilen.

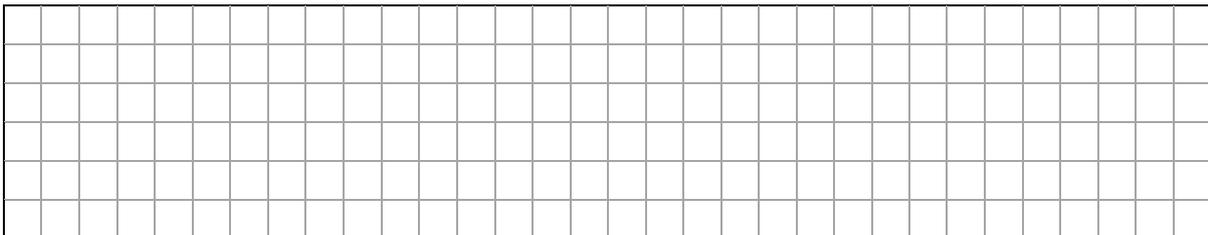
$$\begin{array}{c} \curvearrowright \quad x + 3 = 9 \quad \curvearrowleft \\ \quad \quad \quad x = 6 \quad \quad \quad \end{array}$$

Material 2

- Waage
- Umschlag
- Münzen



4.2 Befüllt einen Umschlag entsprechend der Lösung! Führt die Umformung mit der Waage durch. Bleibt diese im Gleichgewicht?



Eine Waage bleibt im Gleichgewicht, wenn auf beiden Waagschalen dasselbe geschieht!

Ebenso bleibt eine Gleichung bestehen, wenn auf beide Seiten dieselbe Umformung geschieht. Man sagt dann, dass die Gleichungen **äquivalent** sind (vom Lateinischen *aequus* – „gleich“ und *valere* – „wert sein“).



Was ist gleich?

Aufgabe 4: Äquivalenz

- 4.3 Befüllt die Umschläge entsprechend der Lösung und überprüft an der Waage, ob die Gleichungen **äquivalent** sind. Beschreibt, was ihr getan habt!

$$x = 3$$

$$5x = 15$$

$$15 = 5x$$

$$15 + 2x = 7x$$

- 4.4 Welche Umformung war jeweils notwendig? Beschrifte die Pfeile!

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \\ 5x = 15 \\ 15 = 5x \\ 15 + 2x = 7x \end{array} \right\} \left. \right\}$$





Was ist gleich?

Aufgabe 4: Äquivalenz



Gruppenergebnis

Fasst hier eure Ergebnisse aus den Aufgaben 4.1 bis 4.6 zusammen.

Welche Umformungs-Schritte sind erlaubt? Nennt möglichst viele!

Was passiert mit der Lösung der Gleichung?



Was ist gleich?

Aufgabe 5: Äquivalenz-Umformungen ohne Waagen-Modell

Weil bei den Umformungen mit beiden Seiten das gleiche geschieht, nennt man diese auch **Äquivalenz-Umformungen**. Damit können Lösungen von Gleichungen berechnet werden.

5.1 Welche Äquivalenz-Umformung wurde hier durchgeführt? Fügt Pfeile mit der passenden Äquivalenz-Umformung hinzu!

$x + 2 = 10$ $x = 8$	$2x = 10$ $x = 5$
$3x = 7$ $6x = 14$	$3x + 4 = 2x + 7$ $2x + 4 = x + 7$

5.2 Wie sah die Ausgangs-Gleichung aus? Notiert sie.

$+ 29 \left\{ \begin{array}{l} \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{array} \right. x = 32 \left. \begin{array}{l} \curvearrowleft \\ \curvearrowleft \end{array} \right. + 29$



5.3 Notiert die beiden vorherigen Gleichungen.

$+ 27 \left\{ \begin{array}{l} \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{array} \right. : 5 \left\{ \begin{array}{l} \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{array} \right. x = 9 \left. \begin{array}{l} \curvearrowleft \\ \curvearrowleft \end{array} \right. + 27 : 5$



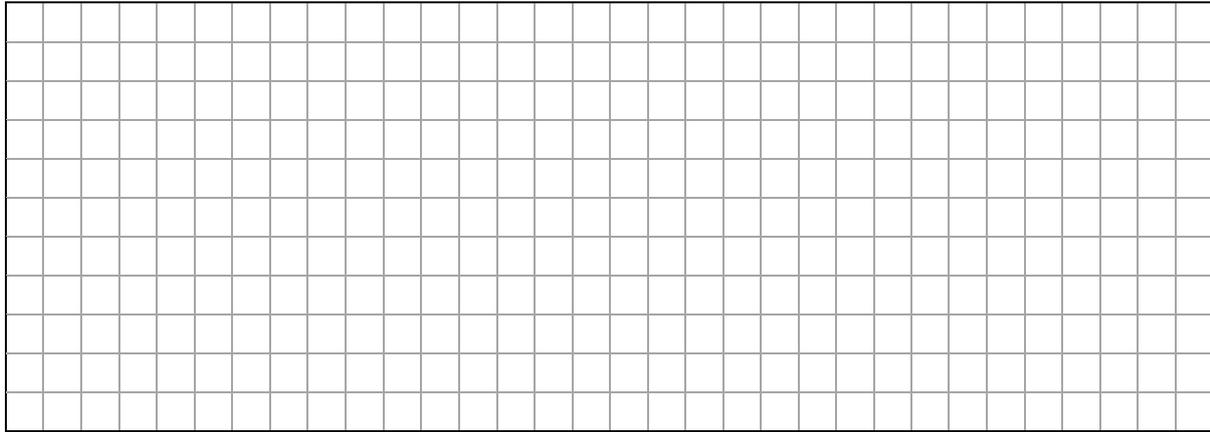


Was ist gleich?

Aufgabe 5: Äquivalenz-Umformungen ohne Waagen-Modell

5.4 Hier wurden Fehler bei der Umformung gemacht. Benennt die Fehler und korrigiert sie!

$2x = 5$ $x = 3$	$x + 3 = 0$ $x = 3$	$2x - 3 = 15$ $2x = 12$
---------------------	------------------------	----------------------------



5.5 Fügt Pfeile mit der passenden Äquivalenz-Umformung hinzu und gebt die Lösung an!

$x - 3 = 2$ $x =$

5.6 Befüllt die Streichholz-Schachtel entsprechend der Lösung. Überprüft an der Waage, ob die Gleichungen äquivalent sind. Warum ist das hier schwierig?





Was ist gleich?

Aufgabe 5: Äquivalenz-Umformungen ohne Waagen-Modell

- 5.7 Welche Umformung ist nötig, um die Gleichung nach "x" aufzulösen? Fügt Pfeile mit der passenden Äquivalenz-Umformung hinzu und gebt die Lösung an!

$$x + 5 = 3$$
$$x =$$

- 5.8 Befüllt den Umschlag entsprechend der Lösung. Überprüft an der Waage, ob die Gleichungen äquivalent sind. Warum ist das hier schwierig?

- 5.9 Besprecht gemeinsam in der Gruppe: Gibt es eine Lösung der Gleichung $x + 5 = 2$? Nennt Gründe die dafür oder dagegen sprechen!





Was ist gleich?

Aufgabe 5: Äquivalenz-Umformungen ohne Waagen-Modell

Gruppenergebnis

Fasst hier eure Ergebnisse aus den Aufgaben 5.5 bis 5.8 zusammen.

Kann man jede Rechnung mit der Waage vergleichen?

Welche Vorteile könnte das Rechnen allein mit Umformungs-Regeln haben?





Was ist gleich?

Aufgabe 6: Facebook Rätsel

6.5 Verschiedene facebook-Nutzer kamen auf folgende Ausdrücke für die vierte Zeile. Was haben sie jeweils falsch gemacht?



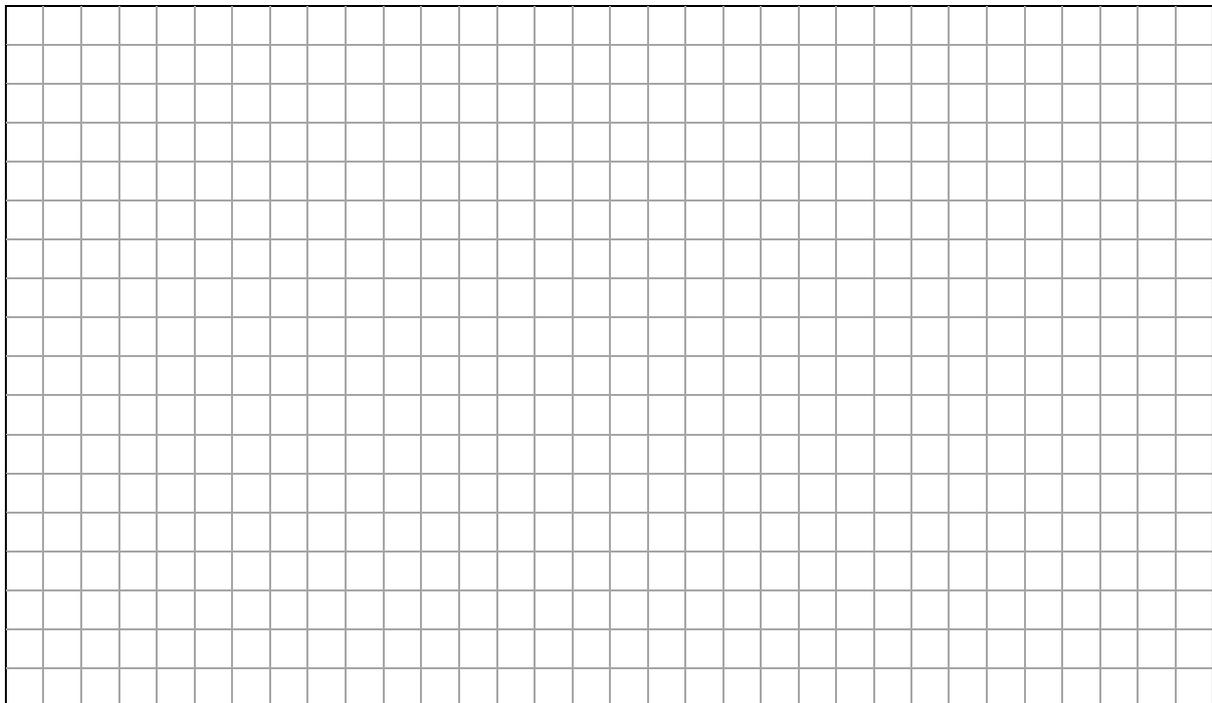
Erwin S. Also ich komme auf $5 + 2 \cdot 10 = 25$ 😊



Daniel H. Das Ergebnis ist doch offensichtlich $5 + 1 \cdot 10 = 60$ 😬



Lisa K. Hab's dreimal nachgerechnet.
Es ist garantiert $5 + 4 \cdot 10 = 45$ 😎





Was ist gleich?

Aufgabe 7: Knobelaufgaben

Material 2

- Waage
- Umschläge (weiß)
- Münzen



$$3x = x + 10$$

Stellt leere Umschläge und Münzen nach obiger Gleichung auf die Waage. Befüllt dann die Umschläge zuerst mit jeweils 1 Münze.

Als nächstes mit jeweils 2 Münzen.

Als nächstes mit jeweils 3 Münzen.

Als nächstes mit jeweils 4 Münzen und so weiter

7.1 Beschreibt eure Beobachtung indem ihr folgenden Lückentext ausfüllt.

Zu Beginn ist _____ schwerer aber
_____ holt schnell auf. Bei
_____ Münzen je Umschlag sind beide Seiten gleich schwer.
Dann ist _____ schwerer und bleibt es auch.



Was ist gleich?

Aufgabe 7: Knobelaufgaben

Fritzchen ging zu seiner Mutter, gab ihr 1 Euro und forderte dafür 2, da dies ja eh das Gleiche sei. Hier seine Begründung.

Wir betrachten $x^2 - x^2 = x^2 - x^2$. Das ist ja wohl richtig. Das lösen wir links nach binomischer Formel und rechts klammern wir aus:

$$(x + x) \cdot (x - x) = x \cdot (x - x)$$

Nun äquivalent umgeformt ergibt das:

$$\begin{array}{ccc} : (x - x) \quad \curvearrowright & (x + x) \cdot (x - x) = x \cdot (x - x) & \curvearrowleft : (x - x) \\ & x + x = x & \\ & 2x = x & \\ : x \quad \curvearrowright & & \curvearrowleft : x \\ & 2 = 1 & \end{array}$$

7.5 An welcher Stelle ist die Begründung falsch?





Was ist gleich?

Mathematik-Labor „Mathe-ist-mehr“
RPTU Kaiserslautern-Landau
Institut für Mathematik
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7
76829 Landau

<https://mathe-labor.de>

Zusammengestellt von: Melina Hellbrück
Überarbeitet von: Jonas Memmer und Pascal Hänle

Betreut von:
Moritz Walz

Variante A

Veröffentlicht am:
12.08.2018



Mathematik-Labor
"Mathe ist mehr"