Station
„Ferien rund ums Wasser“
Teil 3

Arbeitsheft

Teilnehmercode

Schule

Klasse

Tischnummer

Mathematik-Labor
"Mathe ist mehr"

Mathematik-Labor

Ferien rund ums Wasser

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Die Sommerferien von Hassan und Tina neigen sich dem Ende zu – Zeit, zurückzublicken!

In diesem Teil betrachten Sie die bisherigen Inhalte aus einer neuen mathematischen Perspektive und tauchen tiefer in die Welt der Integrale ein. Starten Sie mit dem Quiz „Was bisher geschah…“ und wiederholen Sie die wichtigsten Erkenntnisse aus den ersten beiden Teilen.

Wichtig: Bearbeiten Sie bitte alle Aufgaben der Reihe nach!

Zu dieser Aufgabe gibt es Hilfen im Hilfeheft.

Diskutieren Sie Ihre wichtigsten Ergebnisse und fassen Sie sie zusammen.

Zu dieser Aufgabe gibt es eine Simulation oder ein Video.

Zu dieser Aufgabe gibt es Material auf eurem Tisch.

Wir wünschen Ihnen viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Das Mathematik-Labor-Team

Ferien rund ums Wasser

Aufgabe 1: Was bisher geschah…

Am Ende der Sommerferien wollen Tina und Hassan zeigen, was sie alle Neues gelernt haben. Sie erstellen sich gegenseitig ein Quiz, dass der jeweils andere löst.

1.1 Helfen Sie Hassan das Quiz von Tina zu lösen. Öffnen sie das Quiz unter **LearningApp 1**.

Ferien rund ums Wasser

Aufgabe 2: Hassans Entdeckung

Hassans Mutter hat bereits die neuen Schulbücher für das kommende Schuljahr bestellt. Aus Interesse blättert Hassan sein neues Mathematikbuch durch und bleibt an dem Kapitel zu „Integrale“ hängen. Er liest folgende Definition:

Das Zeichen $\int$ ist aus einem S (von Summa) entstanden; dx steht für immer kleiner werdende Intervallbreiten Δx.

Obere Grenze — Integrationsvariable

$$\int_{a}^{b} f(x)\,dx$$

Untere Grenze

Das **bestimmte Integral** hat eine **obere Grenze a** und eine **untere Grenze b**, die **Integrationsgrenzen** genannt werden. Es wird ein konkreter Zahlenwert berechnet.
Im Ausdruck $\int_a^b f(x)\,dx$ wird für f(x) die Bezeichnung **Integrand** und für x die Bezeichnung **Integrationsvariable** verwendet.

2.1 Schreiben Sie die unteren Integrale mit Hilfe der Angaben.
Hinweis: Achten Sie auf die Integrationsvariable.

Obere Grenze $= 2$
Untere Grenze $= 0$

$f(x) = x^2$

$$\int_{\square}^{\square} \square \, d\square$$

Obere Grenze $= -1$
Untere Grenze $= -3$

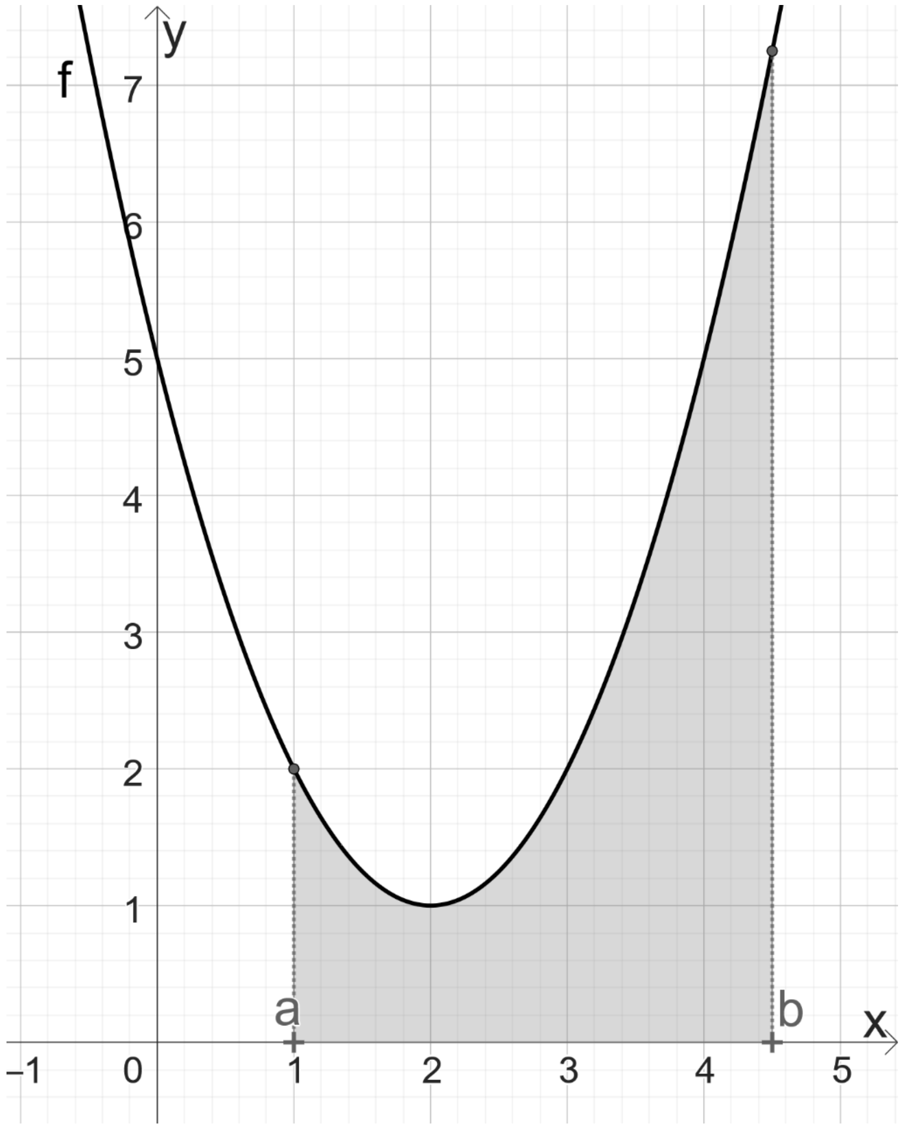
$g(t) = \sin(t + 3)$

$$\int_{\square}^{\square} \square \, d\square$$

Ferien rund ums Wasser

Aufgabe 2: Hassans Entdeckung

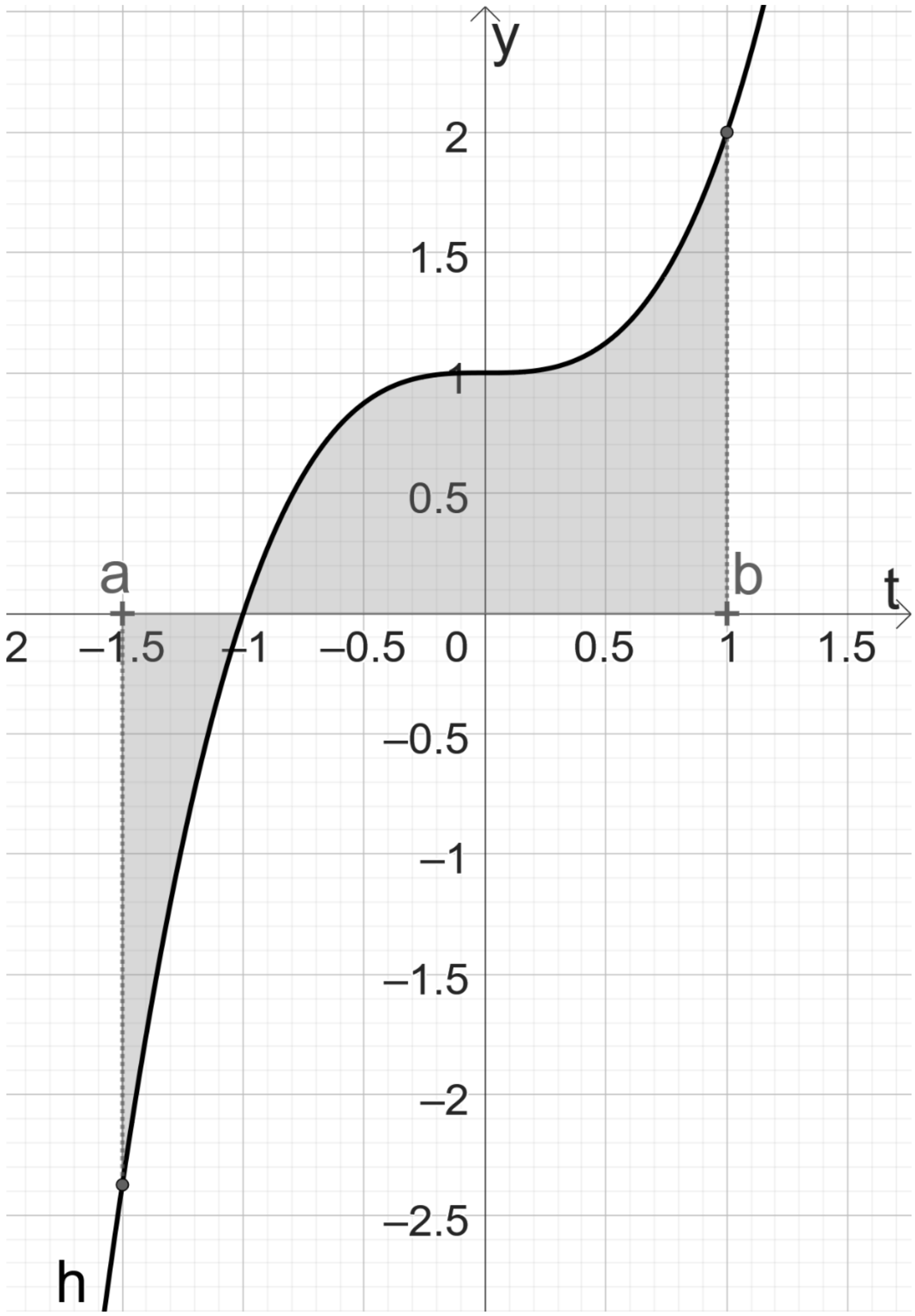
2.2 Schreiben Sie die untere Fläche in Integralschreibweise.



$$f(x) = (x-2)^2 + 1$$

Ferien rund ums Wasser

Aufgabe 2: Hassans Entdeckung



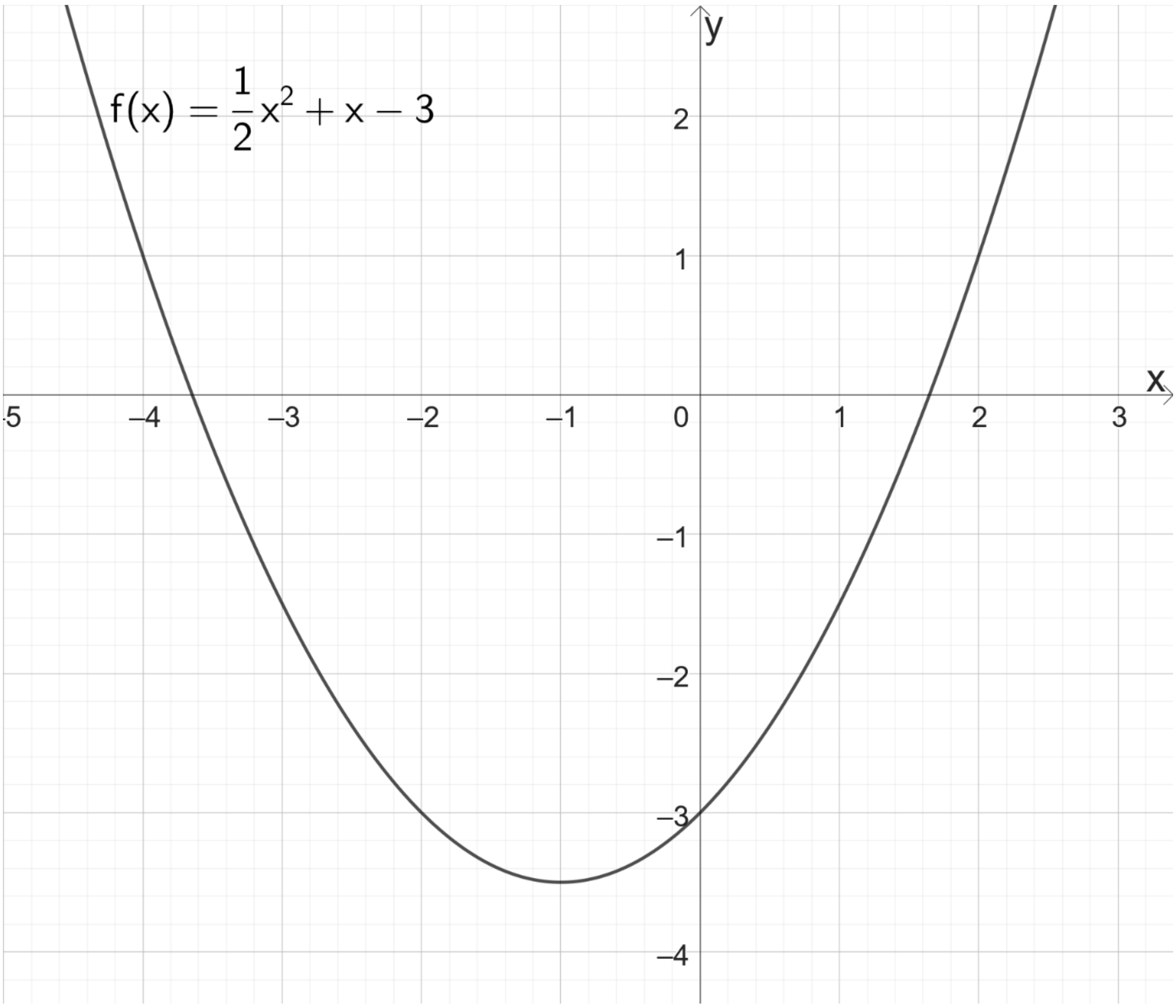
$$h(t) = t^3 + 1$$

Ferien rund ums Wasser

Aufgabe 2: Hassans Entdeckung

2.3 Diesmal ist das Integral gegeben. Kennzeichnen Sie die dadurch beschriebenen Flächen in den gegebenen Koordinatensystemen.

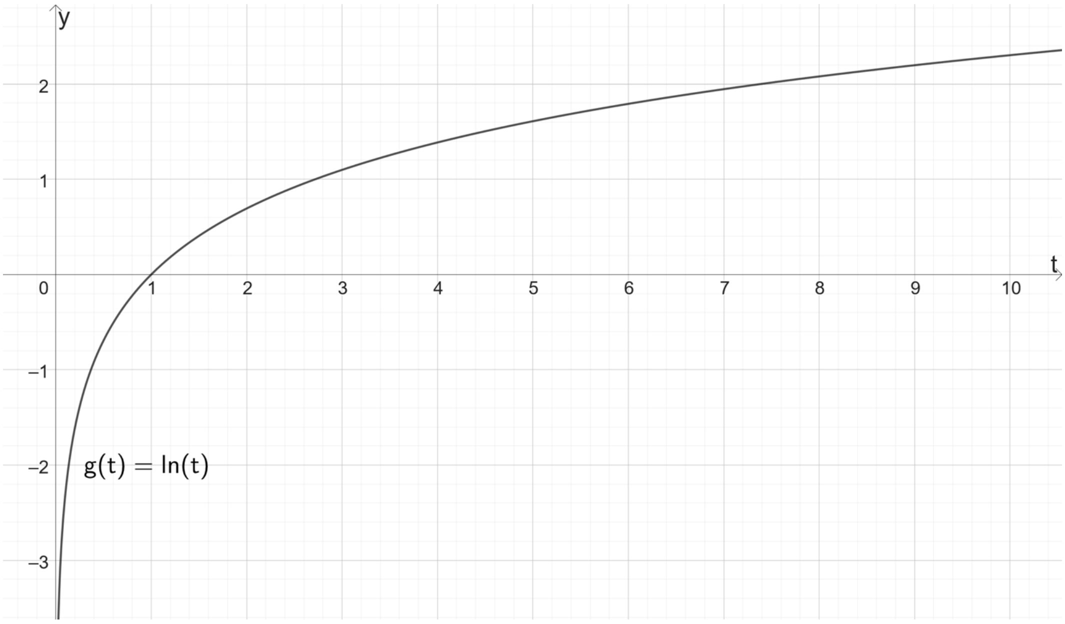
$$\int_{-2}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} \cdot x^2 + x - 3\right) dx$$



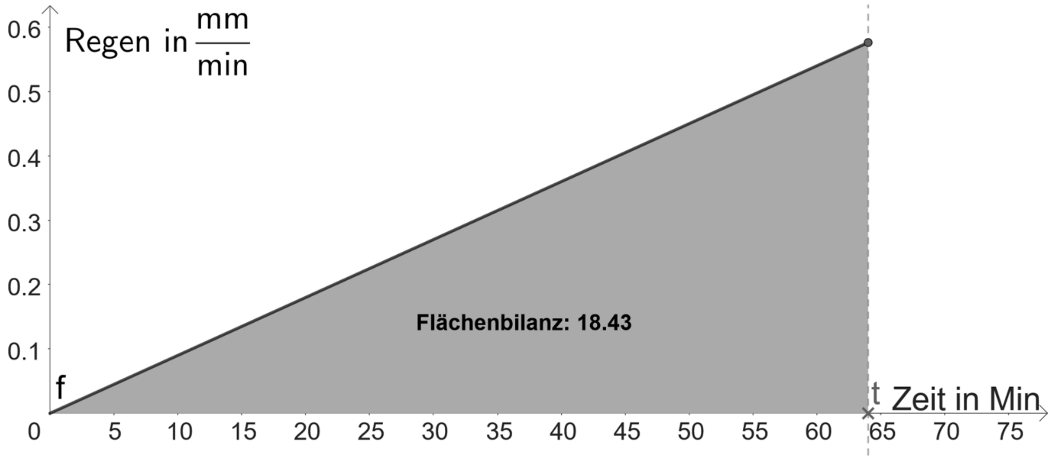
Ferien rund ums Wasser

Aufgabe 2: Hassans Entdeckung

$$\int_{3.5}^{9} ln(t)\, dt$$



Die untere Grafik ist ein Screenshot der **Simulation 6** aus Aufgabe 3. Dabei ist $t = 64$.

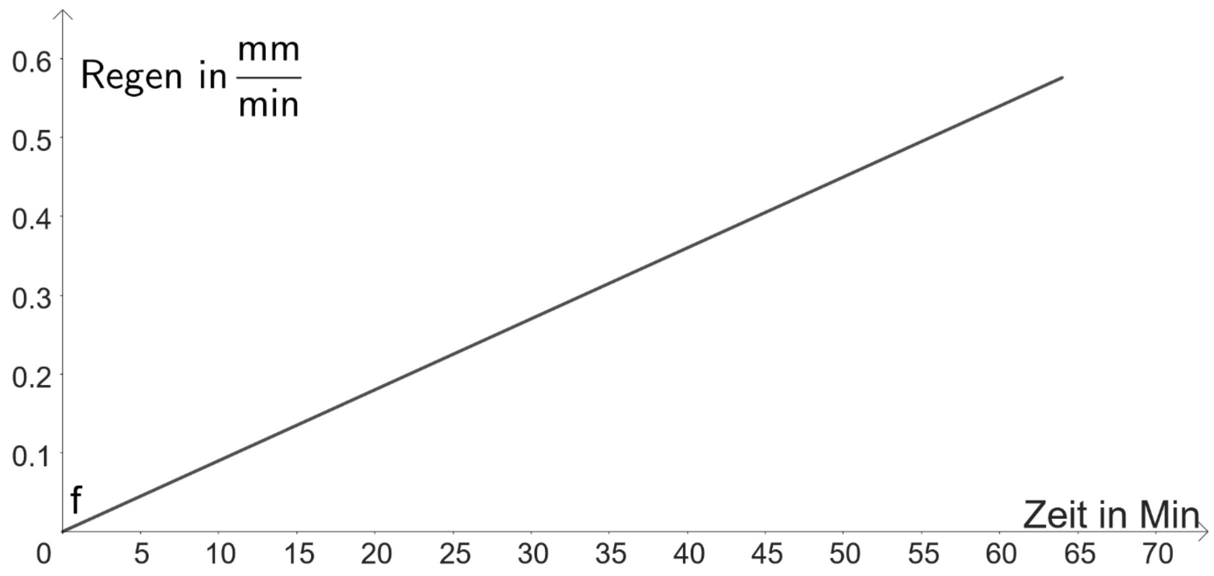


2.4 Schreiben sie die oben abgebildete Flächenbilanz in Integralschreibweise und geben Sie den Wert des Integrals an. Dabei ist $f(x) = 0.009x$.

2.5 Was gibt folglich der Wert des Integrals in diesem Beispiel inhaltlich an?

Mit seinen neuen Kenntnissen über Integrale will Hassan nun wissen, ob er auch bestimmen kann, wie viel Regen im Zeitraum zwischen 20 und 40 Minuten gefallen ist.

2.6 Welches Integral sucht Hassan? Verwenden Sie die Integralschreibweise und zeichnen sie es in die untere Grafik ein.



Ferien rund ums Wasser

Aufgabe 2: Hassans Entdeckung

2.7 Öffnen Sie erneut **Simulation 6** und betätigen Sie den Knopf „Flächenbilanz“.

2.8 Stellen Sie den Schieberegler auf $t = 40$.
Vergleichen Sie das angezeigte Integral mit Ihrem aus Aufgabe 2.6.
Beschreiben Sie, wie die beiden Integrale zusammenhängen.
Hinweis: Mit den Pfeiltasten können genauere Werte eingestellt werden.

2.9 Überlegen Sie in der Gruppe, wie das Integral aus Aufgabe 2.6. mithilfe Ihrer Kenntnisse aus Aufgabe 2.8 bestimmt werden kann. Notieren Sie Ihren Rechenweg.

Stationsname eingeben

Aufgabe 3: Alles hängt zusammen

Bisher wurden Integrale mit einer festen unteren Grenze und oberer Grenze berechnet. Mit diesen Integralen können orientierte Flächeninhalte und Gesamtänderungen von Größen bestimmt werden. Wenn bei Integralen über eine Funktion f die obere Grenze als variabel betrachtet wird, erhält man eine neue Funktion:
Beispielsweise erhält man bei einem Integral mit der unteren Grenze 0 und einer variablen oberen Grenze die Funktion I_0 mit:

$$I_0(x) = \int_0^x f(t)dt$$

3.1 Öffnen Sie **Simulation 11.**

3.2 Verschieben Sie die obere Grenze b auf die in **Tabelle 1** angegebenen Werte und tragen Sie den dazugehörigen Funktionswert des Integrals ein.

Tabelle 1

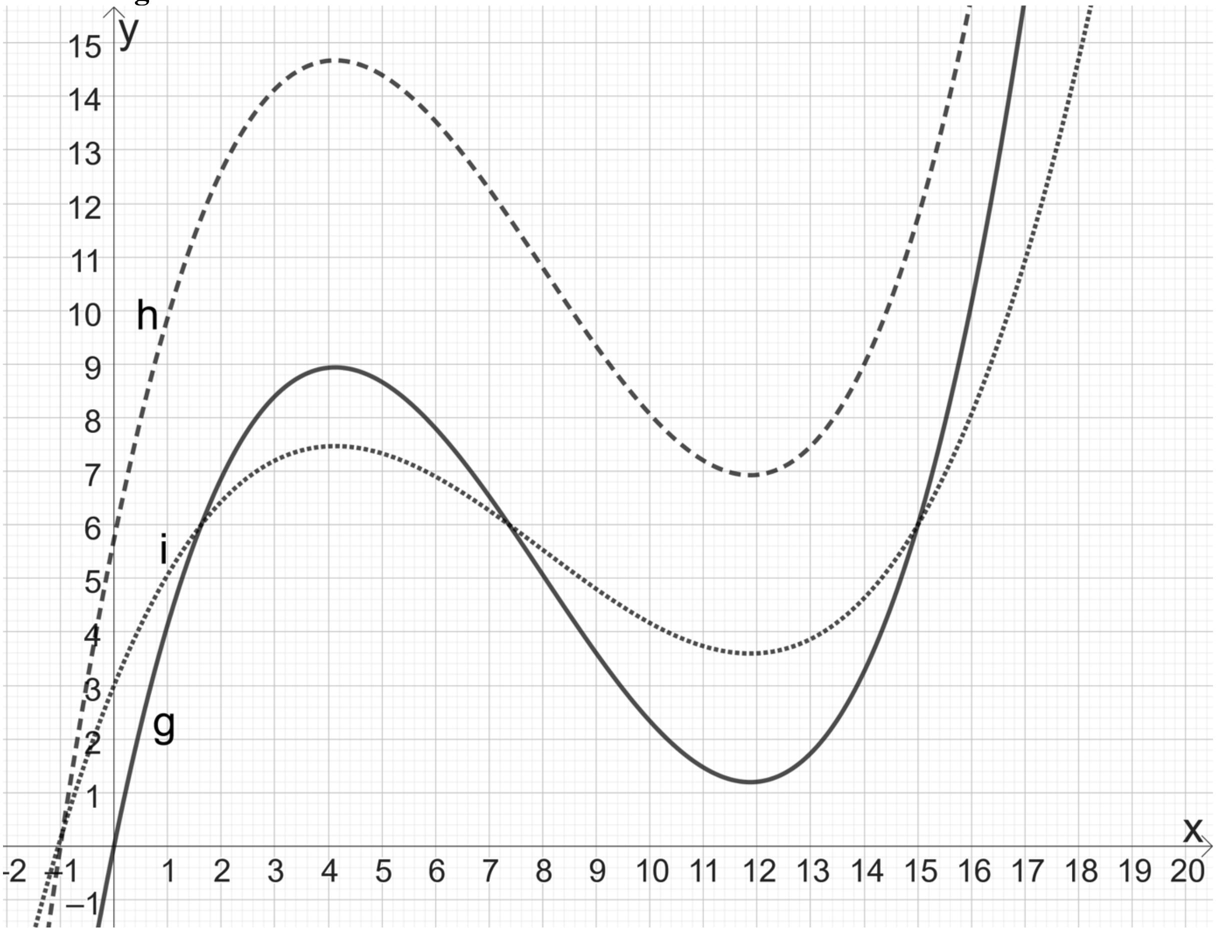
	x	0	1	2	6	10
Integralfunktion I_0 zur unteren Grenze $a = 0$	$I_0(x) = \int_0^x f(t)dt$					
Integralfunktion I_{-1} zur unteren Grenze $a = -1$	$I_{-1}(x) = \int_{-1}^x f(t)dt$					

Stationsname eingeben

Aufgabe 3: Alles hängt zusammen

3.3 Ordnen Sie anhand der **Tabelle 1** die Integralfunktionen I_0 und I_{-1} ihrem Funktionsgraphen in **Abbildung 1** zu.

Abbildung 1



3.4 Diskutieren Sie in der Gruppe, wie die beiden Integralfunktionen aus **Tabelle 1** zusammenhängen und halten Sie Ihre Ergebnisse hier fest.

Aufgabe 3: Alles hängt zusammen

3.5 Öffnen Sie **Simulation 12** und betrachten Sie sich die Funktion $f(x) = sin(x) + 0{,}4$. Wie verhält sich der Graph der Funktion zum Graphen der Integralfunktion $I(x)$? Diskutieren Sie in der Gruppe was Ihnen auffällt und halten Sie Ihre Ergebnisse hier fest.

3.6 Öffnen Sie die **Simulation 13** und betrachten Sie sich nun die Funktion $f(x) = 0{,}25 \cdot x$. Lässt sich das Ergebnis aus Aufgabe 3.4 bestätigen?

☐ ja
☐ nein

3.7 Betrachten Sie sich die Steigung der Tangente an der Integralfunktion. Beschreiben Sie wie sich die Steigung an der Funktion $f(x)$ widerspiegelt.

Stationsname eingeben

Aufgabe 3: Alles hängt zusammen

3.8 Öffnen Sie **Simulation 14** und bestimmen Sie den Funktionsterm der Integralfunktion $I(x)$.

3.9 Leiten Sie die eben genannte Integralfunktion $I(x)$ ab. Vergleichen Sie das Ergebnis mit der Funktion aus Aufgabe 3.6.

Definition: Stammfunktion

Eine Integralfunktion ist eine Funktion, die durch das bestimmte Integral einer Funktion f mit einer variablen oberen Grenze definiert ist.

Formal lautet die Definition:

$$I_a(x) = \int_a^x f(t)dt$$

Dabei ist $I_a(x)$ eine **Stammfunktion** von $f(x)$, da gilt:

$$I'(x) = f(x)$$

(Sprechweise: „Die Stammfunktion *I*(*x*) ergibt abgeleitet die Funktion *f*(*x*)“

Mathematik-Labor „Mathe ist mehr“
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Institut für Mathematik
RPTU Kaiserslautern-Landau
Fortstraße 7
76829 Landau

https://mathe-labor.de

Zusammengestellt von:
Katharina Carstens, Johanna Haas, Annabelle Moßgraber, Max Groben, Katrin Leonhardt

Betreut von:
Prof. Dr. Jürgen Roth

Variante A

Veröffentlicht am:
28.04.2025